

Messverfahren mit Hilfe von Lasern

Wahlvorlesung für Studierende der ET und des WI
Frühjahstrimester 2009

H. Harde

- 4-stündige Veranstaltung (3 ½ V, ½ P,Ü)
- Vertieft werden Anwendungen von Lasern in der Messtechnik
- Vorlesung baut z.T. auf die Einführungsvorlesung auf,
kann aber auch ohne diese Vorkenntnisse belegt werden.

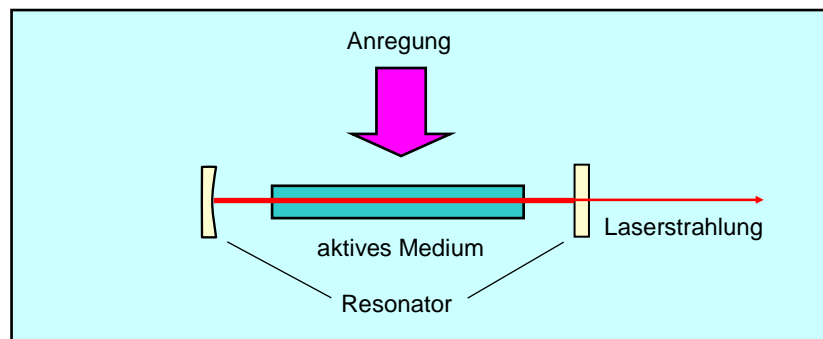
1. Überblick
2. Laser für messtechnische Anwendungen
 1. Funktionsprinzip von Lasern
Induzierte Absorption, spontane Emission, induzierte Emission, Einsteinsche Betrachtung, Verstärkung, Linienbreite eines Übergangs, Pumpmechanismen, Resonatoren, Schawlow-Townessche Anschlagbedingung, Resonator-Verluste, Moden, Laser-Linienbreite, konfokaler Resonator
 2. Lasertypen
Gaslaser, Festkörperlaser, Halbleiterlaser, Faserlaser
3. Optische Detektoren
 1. Thermische Detektoren
 2. Quantendetektoren
 3. Güte und Rauschen
4. Frequenzstabilisierung von Lasern
 1. Modenselektion
 2. Ursachen von Frequenzschwankungen
 3. Verfahren zur Stabilisierung
 4. Laser als Frequenz- u. Längenstandards

5. Interferenz-Messverfahren
 1. Interferometrische Längenmessung
Michelson-, Polarisations-, Doppler-Interferometer
 2. Laser-Mikrophon
6. Laser-Triangulation
 1. Messprinzipien
 2. Anwendungen
7. Laser-Anemometrie
 1. Grundlagen der Geschwindigkeitsmessung
 2. Messverfahren
 3. Anwendungen
8. Analytische Messtechnik
 1. Nutzgase und Schadstoffe in der Atmosphäre
 2. Fourier-Spektrometer
 3. Photoakustische Sensoren
Einsatz zum Spurennachweis und für die molekulare Diagnostik
 4. Lidarmessungen

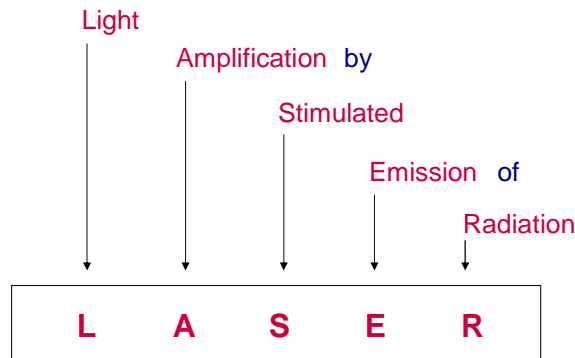
2. Laser für messtechnische Anwendungen

2.1 Allgemeines Funktionsprinzip

Drei Funktionsbereiche: aktives Medium – Anregung – Resonator



Der Laser ist eine Lichtquelle, die im Unterschied zur Sonne stark gebündelte monochromatische Strahlung oder ultrakurze Lichtimpulse emittiert.



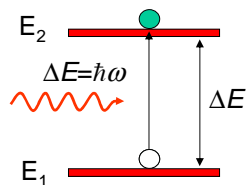
2.1.1 Aktives Medium

Ausschlaggebend für das Funktionsprinzip ist

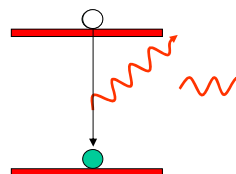
- die Wechselwirkung von Strahlung mit Atomen.
- Die Atome werden durch ein 2-Niveau-System dargestellt.

Drei Wechselwirkungsprozesse sind zu unterscheiden:

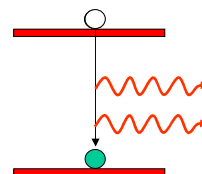
Induzierte Absorption



Spontane Emission



Induzierte Emission



Induzierte Absorption



ρ - Energiedichte der Strahlung in J/cm^3

- Abnahme pro Weg:

$$\frac{d\rho}{dz} = -\sigma_{12} N_1 \rho$$

σ_{12} - Absorptionsquerschnitt, N_1 - Besetzungsdichte von E_1

- Lambert-Beer'sches Absorptionsgesetz:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\alpha z}$$

$\alpha = \sigma_{12} \cdot N_1$ - Absorptionskoeffizient



- Abnahme pro Zeit:

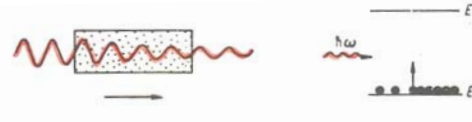
$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{c}{n} \sigma_{12} N_1 \rho$$

c - Lichtgeschwindigkeit, n - Brechungsindex

- Abnahme der Photonendichte q :

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{c}{n} \frac{1}{h\nu_{21}} \sigma_{12} N_1 \rho = -\frac{c}{n} \sigma_{12} N_1 q$$

mit Photonendichte $q = \rho / h\nu_{21}$



– Bilanz für atomares System

Abnahme Grundzustand = Zunahme angeregter Zustand:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = -\frac{c}{n} \frac{1}{h\nu_{21}} \sigma_{12} N_1 \rho = -B_{12} g(\nu) N_1 \rho$$

B_{12} – Einsteinkoeffizient für induzierte Absorption;

$g(\nu)$ – Linienformfunktion

mit

$$\int_0^{\infty} g(\nu) d\nu = 1$$

Spontane Emission



– Emittierte Photonendichte pro Zeit:

$$\frac{dq_s}{dt} = -A_{21} N_2 = -\frac{1}{\tau_2} N_2$$

A_{21} – Einsteinkoeffizient für spontane Emission;

τ – Lebensdauer des Niveaus 2

– Besetzungsänderung von N_2 :

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21} N_2 = -\frac{1}{\tau_2} N_2$$

Induzierte Emission



- Energiedichtezuwachs pro Weg:

$$\frac{d\rho}{dz} = \sigma_{21} N_2 \rho \quad \rho(z) = \rho_0 e^{\gamma z}$$

$$\gamma = \sigma_{21} N_2 - \text{Verstärkungskoeffizient}$$

- Zuwachs pro Zeit:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{c}{n} \sigma_{21} N_2 \rho \quad \frac{dq}{dt} = B_{21} g(\nu) N_2 \rho$$

- Änderung für N_2 :

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21} g(\nu) N_2 \rho$$

Gesamtbilanz z.B. für N_2

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12} g(\nu) \rho N_1 - B_{21} g(\nu) \rho N_2 - A_{21} N_2$$

ind. Absorpt. ind. Emission spont. Emission

- Im thermischen Gleichgewicht gilt $\frac{dN_2}{dt} = 0$

und nach Boltzmann:

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}}$$

Das Gleichgewicht wird eingenommen, wenn auf die Atome Schwarzkörperstrahlung (Planck'scher Strahler) einwirkt.

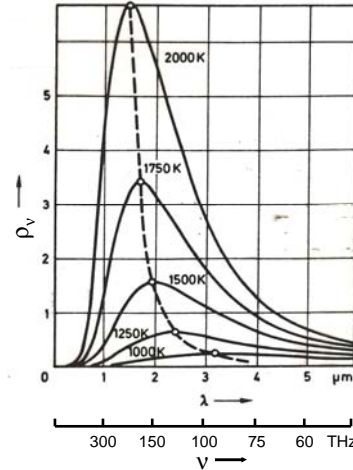
Planck'scher Strahler

- Spektrale Energiedichte:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi n^3 h \nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

In vorigen Gleichungen ist ρ durch ρ_ν $d\nu$ zu ersetzen.

Da ρ_ν sehr breit gegen $g(\nu)$ ist, wirkt über die Linienbreite praktisch eine konstante Energiedichte:



$$\rho_{\nu_{21}} = \int_0^\infty g(\nu_{21} - \nu) \rho_\nu d\nu$$

Gesamtbilanz im Gleichgewicht:

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12} \int g(\nu_{21} - \nu) \rho_\nu d\nu N_1 - B_{21} \int g(\nu_{21} - \nu) \rho_\nu d\nu N_2 - A_{21} N_2 = 0$$

Nach Einsetzen für ρ_ν :

$$B_{12} \rho_{\nu_{21}} N_1 - B_{21} \rho_{\nu_{21}} N_2 - A_{21} N_2 = 0$$

$$B_{12} \rho_{\nu_{21}} N_1 = (B_{21} \rho_{\nu_{21}} + A_{21}) N_2$$

$$B_{12} \rho_{\nu_{21}} e^{h\nu_{21}/kT} = B_{21} \rho_{\nu_{21}} + A_{21}$$

$$\rho_{\nu_{21}} (B_{12} e^{h\nu_{21}/kT} - B_{21}) = A_{21}$$

$$\rho_{\nu_{21}} = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{h\nu_{21}/kT} - B_{21}} = \frac{8\pi n^3 h \nu_{21}^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu_{21}/kT} - 1}$$

Folgerungen:

Aus

$$\rho_{\nu_{21}} = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{h\nu_{21}/kT} - B_{21}} = \frac{8\pi n^3 h \nu_{21}^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu_{21}/kT} - 1}$$

folgt

$$B_{12} = B_{21} = \frac{c \lambda_{21}^2}{8\pi n^3 h \nu_{21}} A_{21}$$

und damit

$$\sigma_{12}(\nu) = \sigma_{21}(\nu) = \frac{\lambda_{21}^2}{8\pi n^2} A_{21} g(\nu)$$

Verstärkung

- Energiezuwachs für gerichtete Welle:

$$\frac{d\rho}{dz} = \sigma(N_2 - N_1)\rho$$

und damit

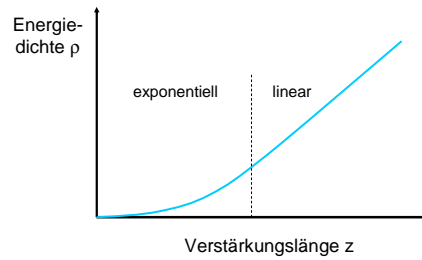
$$\rho(z) = \rho_0 e^{\gamma z}$$

mit dem Verstärkungskoeffizienten

$$\gamma(\nu) = \frac{\lambda_{21}^2}{8\pi n^2} A_{21} g(\nu) (N_2 - N_1)$$

Zunahme der Energiedichte über den Weg

$$\rho(z) = \rho_0 e^{\gamma(\omega)z}$$



Linienbreiten:

Die spektrale Breite $\Delta\nu$, über die eine Wechselwirkung mit Atomen erfolgt, wird durch verschiedene Prozesse bestimmt:

– **Homogene Linienbreite:**

Können alle Atome in gleicher Weise mit einem äußeren Feld in Wechselwirkung treten und sind nicht unterscheidbar, handelt es sich um eine homogene Linienbreite.

– **Inhomogene Linienbreite:**

Unterscheiden sich Atome in ihrer Übergangsfrequenz bzw. treten bei unterschiedlichen Frequenzen mit dem Feld in Wechselwirkung, handelt es sich um eine inhomogene Linienbreite.

– **Natürliche Linienbreite:**

Ein besonderes Beispiel für eine homogene Verbreiterung ist die natürliche Linienbreite.

Atome befinden sich auch ohne induzierte Prozesse im Mittel nur über die Zeit τ im Zustand 2, ehe sie spontan zerfallen.

$$\frac{dN_2}{dt} = -\frac{1}{\tau_2} N_2 \Rightarrow N_2 = N_{02} e^{-\frac{t}{\tau_2}}$$

Für eine exponentiell abklingende Zeitfunktion resultiert daraus nach Fourier-Transformation eine Lorentz-Funktion:

$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu_{21}/2\pi}{(\Delta\nu_{21}/2)^2 + (\nu - \nu_{21})^2}$$

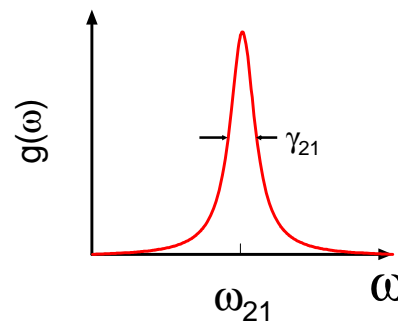
mit der spektralen Breite (Frequenz-Zeit-Unschärferelation):

$$\Delta\nu_{21} = \frac{\gamma_{21}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_2}$$

Lorentz-Funktion:

$$g(\nu) = \frac{\Delta\nu_{21}/2\pi}{(\Delta\nu_{21}/2)^2 + (\nu - \nu_{21})^2} \quad \text{bzw.} \quad g(\omega) = \frac{\gamma_{21}}{(\gamma_{21}/2)^2 + (\omega - \omega_{21})^2}$$

$$\text{mit} \quad \Delta\nu_{21} = \frac{\gamma_{21}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\tau_2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty g(\omega) d\omega = 1$$



Inhomogene Linienbreite

Ursachen für Abweichungen der Resonanzfrequenz von Mikrosystem zu Mikrosystem können sein:

- Thermische Bewegung der Atome (bei Gasen)
- Schwankungen der lokalen Kristallfelder (bei Festkörpern)

Die Zahl von Atomen, die innerhalb der natürlichen Verbreiterung mit Strahlung wechselwirken, ist durch eine weitere Verteilung, die inhomogene Linienverbreiterung $f(\nu)$ zu beschreiben.

Inhomogene Linienbreite

Die Verteilung $f(\nu)$ gilt damit auch für die Besetzungsdifferenz pro Frequenzintervall ΔN_ν :

$$\Delta N_\nu = (N_m - N_n) f(\nu)$$

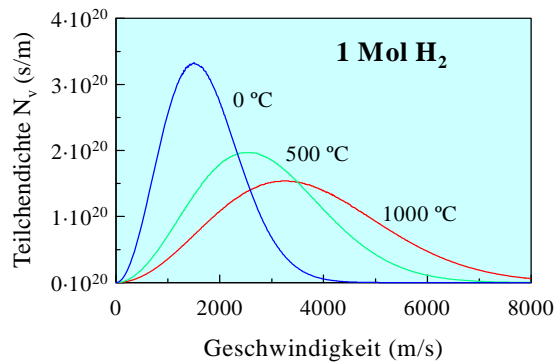
und damit wird der Verstärungskoeffizient zu:

$$\gamma(\nu) = \frac{A_{mn} \lambda_{mn}^2}{8\pi n^2} (N_m - N_n) \int_0^\infty g(\nu) f(\nu - \nu_{mn}) d\nu$$

Dopplerverbreiterung:

Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung N_v :

$$N_v = 4\pi v^2 N \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$



- Dopplerverschiebung**

$$v = v_{21} \pm v_{21} \frac{v_z}{c} \cos \Theta \Rightarrow \Delta\omega_D = \omega - \omega_{21} = \vec{k} \cdot \vec{v}$$

- Dopplerverteilung**

$$f_D(v) = \frac{c}{v_{21}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{1/2} e^{-\frac{mc^2}{2kTv_{21}^2}(v-v_{21})^2}$$

- Dopplerbreite**

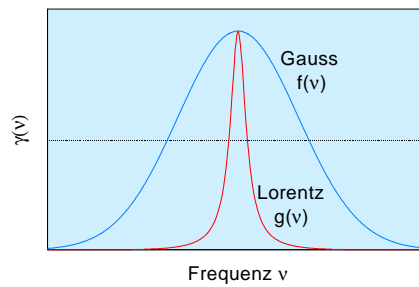
$$\Delta v_D = 2v_{21} \left(\frac{2kT}{mc^2} \ln 2 \right)^{1/2} = 7,16 \times 10^{-7} \times v_{21} \sqrt{T/m}$$

Für Ne (m=20) und T=293 K $\Rightarrow \Delta v_D = 1.4$ GHz

Inhomogene Linienverbreiterung:

Bei einer Linienverbreiterung $f_D(\nu) \gg g(\nu)$ folgt:

$$\begin{aligned} \gamma(\nu) &= \frac{A_{mn} \lambda^2}{8\pi n^2} (N_m - N_n) \int_0^\infty g(\nu) f(\nu - \nu_{mn}) d\nu \\ &\approx \frac{A_{mn} \lambda^2}{8\pi n^2} (N_m - N_n) f_D(\nu) \end{aligned}$$

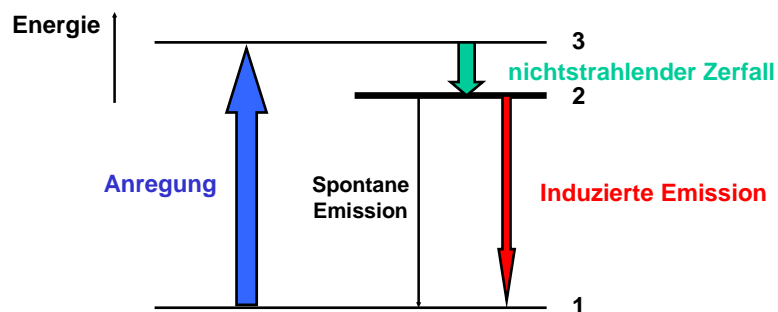


2.1.2 Anregungsmechanismus

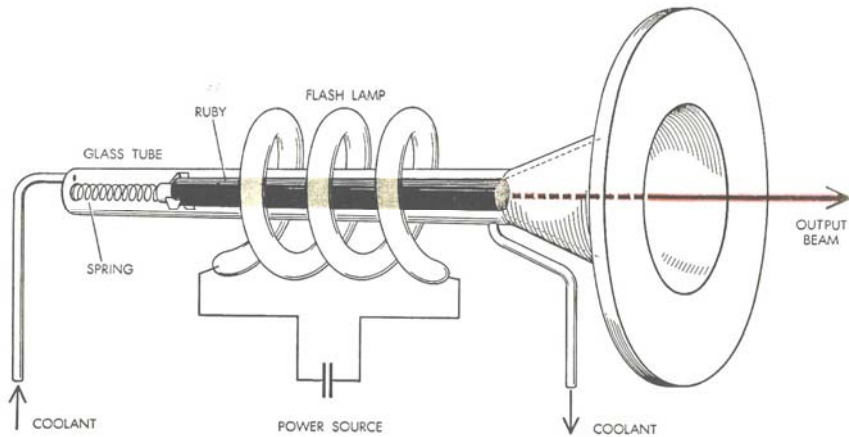
Zur Verstärkung ist Energie im aktiven Medium zu speichern.

Eine Anregung wird auch als Pumpprozess bezeichnet und hat das Ziel, eine Besetzungsinversion aufzubauen.

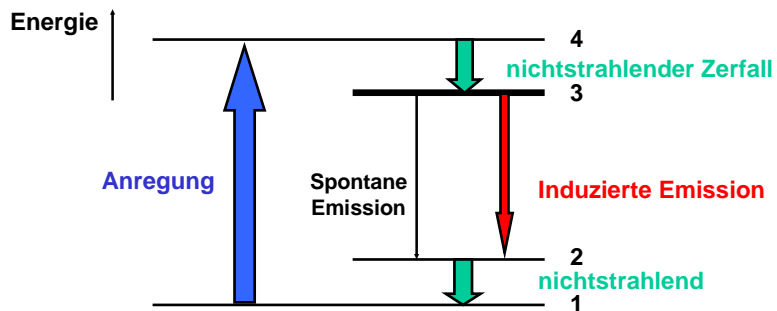
– **3-Niveau-Schema:**



Rubinlaser ($\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$)



– 4-Niveau-Schema:



Die meisten Laser basieren auf einem 4-Niveau-Pumpschema.

Beispiele sind: HeNe-Laser, Nd^{3+} :YAG Laser

2.1.3 Laser-Resonatoren

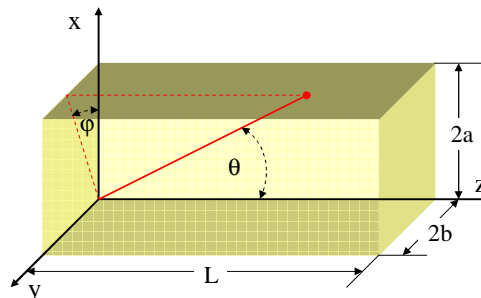
Aufgabe des Resonators ist:

1. Hohe Intensitäten bei mittleren oder kleinen Eingangsleistungen aufzubauen,
2. den induzierten Prozess effizient ablaufen zu lassen durch Verlängerung des effektiven Weges (exponentielle Verstärkung),
3. eine Frequenzfilterung des Feldes und
4. eine räumliche Filterung der Strahlung vorzunehmen.

– Hohlraumresonator

Die Speicherung des elektromagnetischen Feldes ist bekannt aus der Mikrowellentechnik durch Hohlraumresonatoren.

Sie bestehen aus allseitig geschlossenen, hochreflektierenden Wänden.

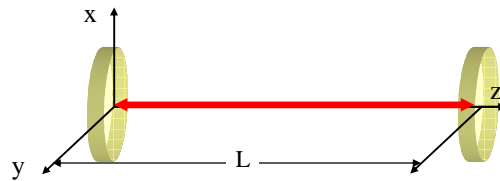


Es können sich solche Frequenzen ausbilden, für die die tangentielle elektrische Feldstärke an der Oberfläche verschwindet.

- **Laser-Resonatoren**

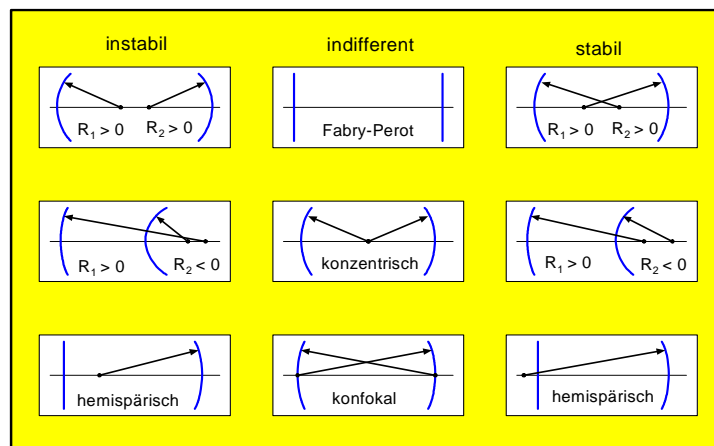
Optische Resonatoren unterscheiden sich gegenüber dem Mikrowellenbereich dadurch, dass sie

- sehr groß gegen die Wellenlänge der Strahlung sind
- und i.a. nicht allseitig geschlossen sind.



- Der Resonator besteht oft nur aus zwei Spiegeln, die durch Mehrfachreflexion den effektiven Weg im aktiven Medium verlängern
- abhängig von der Justage und Anordnung wird aber ein Feld mehr oder weniger gut gespeichert.

Resonatorkonfigurationen



Ein Resonator ist stabil, wenn zwischen einem Spiegel und dessen Krümmungsmittelpunkt der andere Spiegel oder dessen Krümmungsmittelpunkt liegt. Andernfalls ist er instabil.

Optischer Resonator

Ein Resonator ist ein Energiespeicher für Licht.

Energieverlust pro Zeit:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{\rho}{t_s}$$

mit t_s als Photonenspeicherzeit.

Beginn der Oszillation:

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{c}{n} \gamma \rho \geq \frac{\rho}{t_s}$$

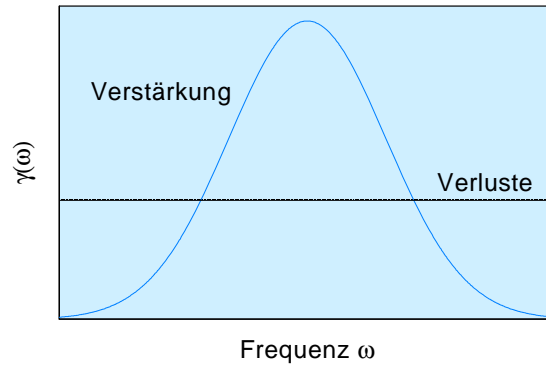
- Schawlow-Townes'sche Anschwingbedingung:

$$\gamma \geq \frac{n}{c t_s}$$

Benötigte Besetzungsinversion:

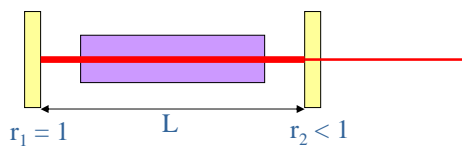
$$N_2 - N_1 \geq \frac{8\pi n^3}{A_{21} \lambda_{21}^2 c f(\omega) t_s} \frac{1}{\gamma}$$

Verstärkungsprofil und Verluste



Verluste bestehen aus Anteilen, die unabhängig von der Frequenz sind, sowie aus Anteilen, die sehr starke Frequenzabhängigkeit zeigen.

Resonatorverluste:



Die Photonen-Speicherzeit t_s wird bestimmt durch:

- Beugungsverluste,
- Reflexionen am aktiven Medium oder an Fenstern,
- Absorption auf der Laserwellenlänge,
- Auskoppelverluste und die
- Resonanzbedingung für Moden in einem Resonator

Die meisten Verluste können klein gehalten werden. Aber Auskoppelverluste sind erforderlich, um die Strahlung extern nutzen zu können.

Photonen-Speicherzeit t_s :

t_s sei nur durch Auskoppelverluste bestimmt.

Photonendichte pro Umlauf:

$$\rho_u = \rho_0 r_1 r_2 \approx \rho_0 e^{-t_u/t_s} \quad \text{mit} \quad t_u = 2nL/c$$

Auflösen nach t_s :

$$t_s = -\frac{2nL}{c \ln(r_1 r_2)}$$

Für $r_1 = 1, r_2 = r \approx 1 \Rightarrow \ln r \approx r - 1$:

$$t_s = \frac{2nL}{c(1-r)}$$

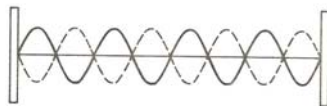
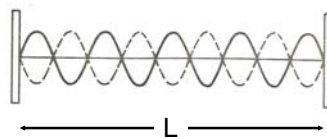
und mit

$$\delta\omega_R = 1/t_s \quad \Rightarrow \quad \delta\nu_R = \frac{1}{2\pi t_s} = \frac{c}{4nL} \frac{1-r}{\pi}$$

Für $L = 1 \text{ m}, n = 1, r = 0.98$:

$$\delta\nu_R = 500 \text{ kHz}$$

Stehende Wellen – Axiale Moden:



Aus Stetigkeitsbedingung für elektrisches Feld an Spiegeloberflächen folgt:

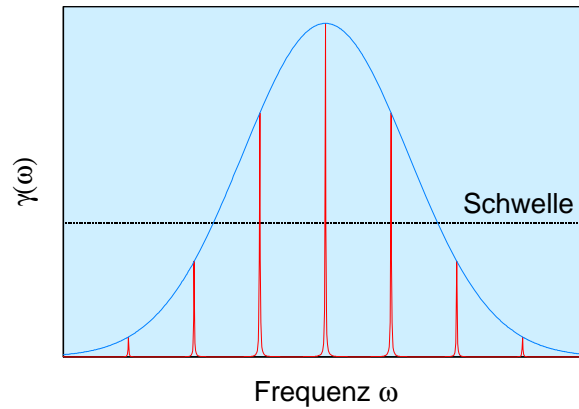
$$q \frac{\lambda}{2} = nL \quad q - \text{ganze Zahl}$$

bzw.

$$\nu_q = q \frac{c}{2nL} \quad \text{oder} \quad \omega_q = q \frac{\pi c}{nL}$$

Verstärkungsprofil mit axialen Moden

$$\omega_q = q \frac{\pi c}{nL} \quad \text{und} \quad \Delta\omega = \frac{\pi c}{nL}$$



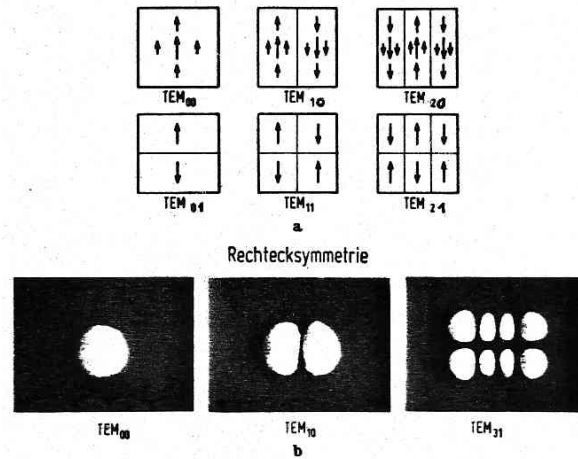
Einschnürung der Frequenz durch Verstärkung

Theoretische Linienbreite nach Schawlow-Townes:

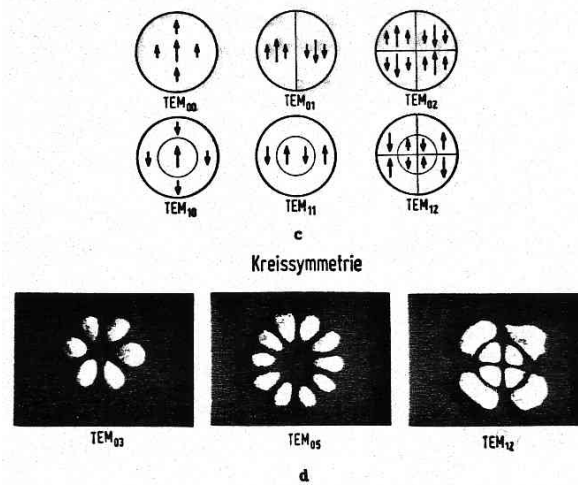
$$\delta\nu_L = \pi \delta\nu_R^2 \frac{h\nu}{P}$$

- Für einen HeNe-Laser mit $\delta\nu_R = 500$ kHz, $h\nu = 3,3 \times 10^{-19}$ J und $P \approx 1$ mW ergibt sich eine Linienbreite $\delta\nu_L < 1$ mHz.
- Praktisch wird dieser Wert allerdings nicht erreicht (Verbreiterung durch technisches Rauschen).
- Frequenzstabilisierte Laser erreichen Werte von einigen Hz.

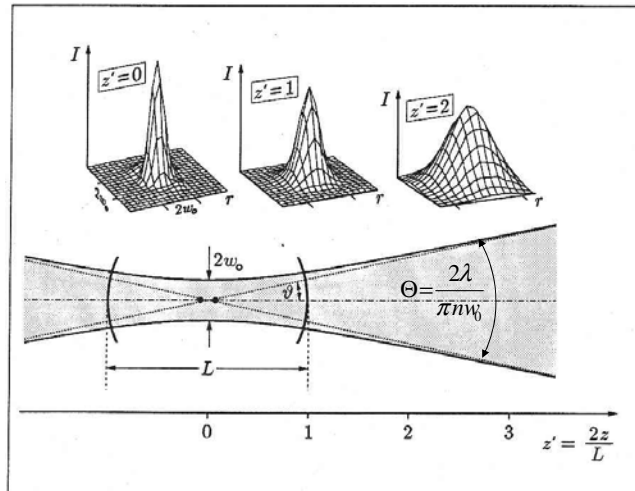
Feldverteilung und Moden - Rechtecksymmetrie



Feldverteilung und Moden - Rotationssymmetrie



TEM₀₀-Mode



Grundmode

Strahltaile: $w_0 = \left(\frac{L\lambda}{2\pi n} \right)^{1/2}$

Aufweitung: $w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{n\pi w_0^2} \right)^2 \right]^{1/2} \approx \frac{\lambda z}{n\pi w_0}$

Divergenzwinkel: $\Theta \approx \tan \Theta = \frac{2w(z)}{z} = \frac{2\lambda}{n\pi w_0}$

Intensität: $I(r, z) = \frac{2P_s}{\pi w^2(z)} e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \approx \frac{P_s}{\pi w^2(z)} = \frac{n^2 P_s A_s}{\lambda^2 z^2}$

Für $\lambda = 600 \text{ nm}$, $L = 1 \text{ m}$: $\Rightarrow w_0 = 0,3 \text{ mm}$, $\theta = 1 \text{ mrad}$

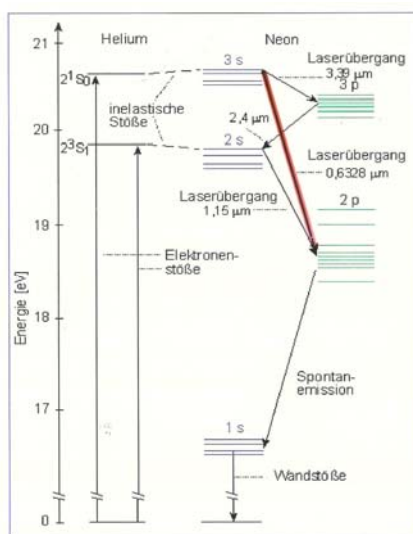
2.2 Lasertypen

Gaslaser

Für messtechnische Zwecke kommen vor allem Laser mit einer Niederdruck-Gasentladung infrage.

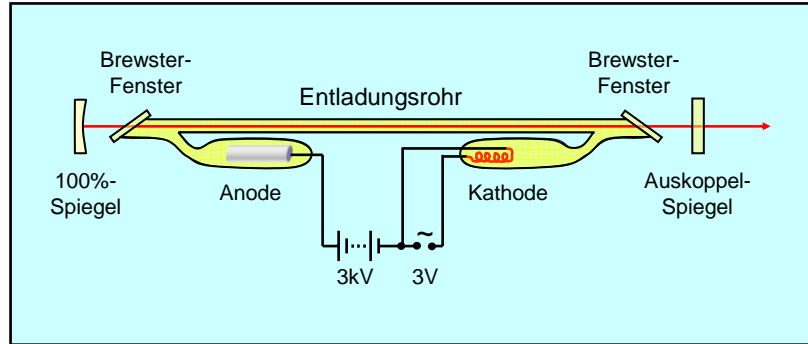
- Unter diesen Bedingungen wird besonders stabiler und rauschfreier Anregungsprozess garantiert.
- Laser besitzen hohe zeitliche und räumliche Kohärenz.
- Ausgangsleistung ist dagegen allgemein eher niedrig.

• HeNe-Laser - Pumpschema

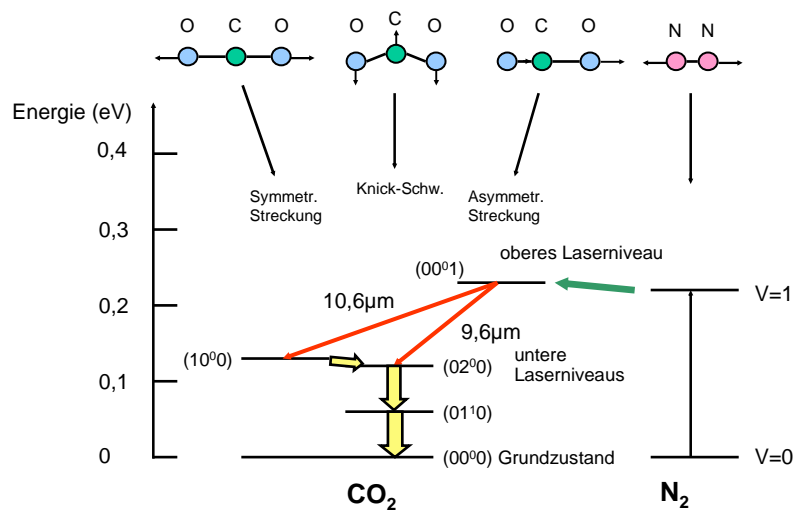


- Gasdruck: bis 10 hPa
- Gaszusammensetzung: 80% He, 20% Ne
- Ne ist das laseraktive Gas
- He dient über Stöße 2. Art zum Aufbau der Inversion
- Nach Elektronenstoßanregung sammeln sich He-Atome in metastabilen Niveaus und geben ihre Energie über quasi resonante Stöße an Ne-Atome ab.

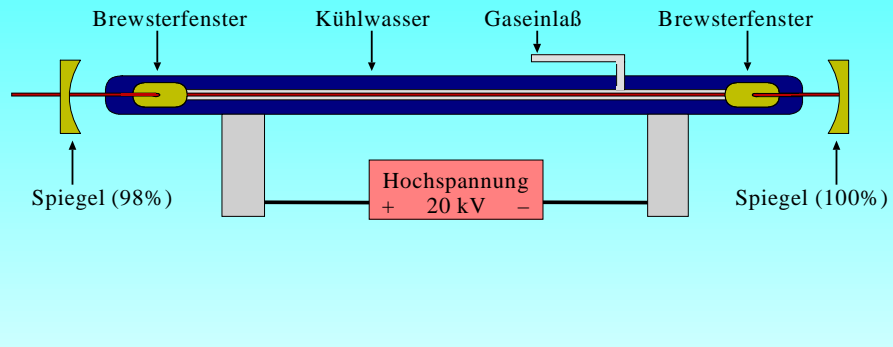
• HeNe-Laser - Aufbau



• CO₂-Laser - Termschema



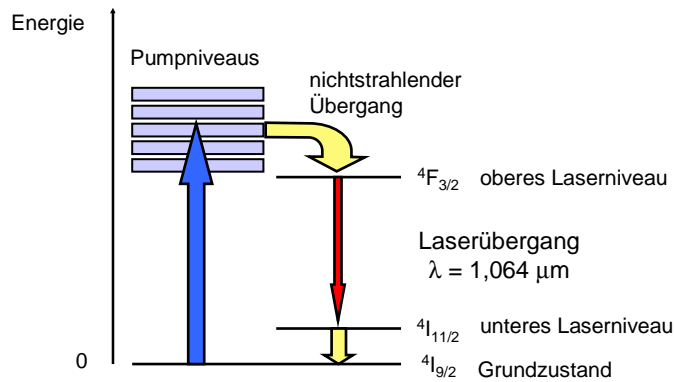
Kohlendioxid-Laser



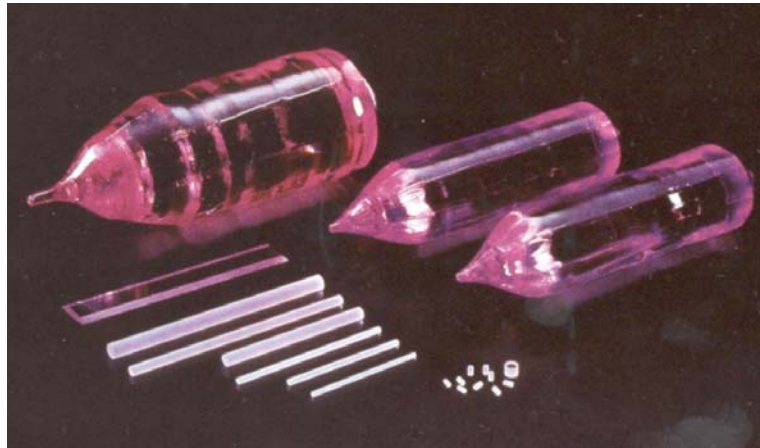
• Nd³⁺:YAG-Laser – Pumpschema

Dotierung von Yttrium-Aluminium-Granat (Y₃Al₅O₁₂) mit ca. 1% Neodym.

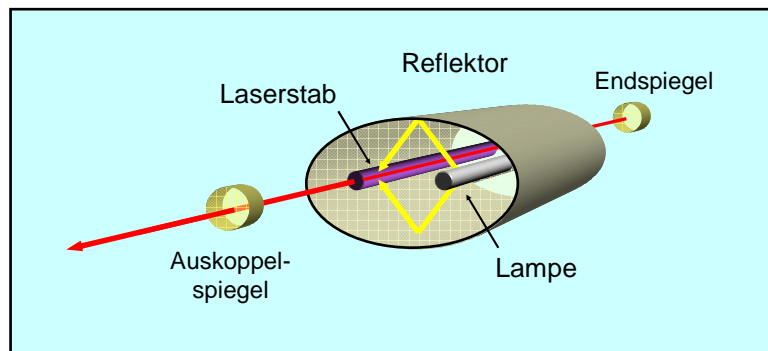
In YAG liegt Nd 3-fach ionisiert vor u. bildet laseraktive Ionen.



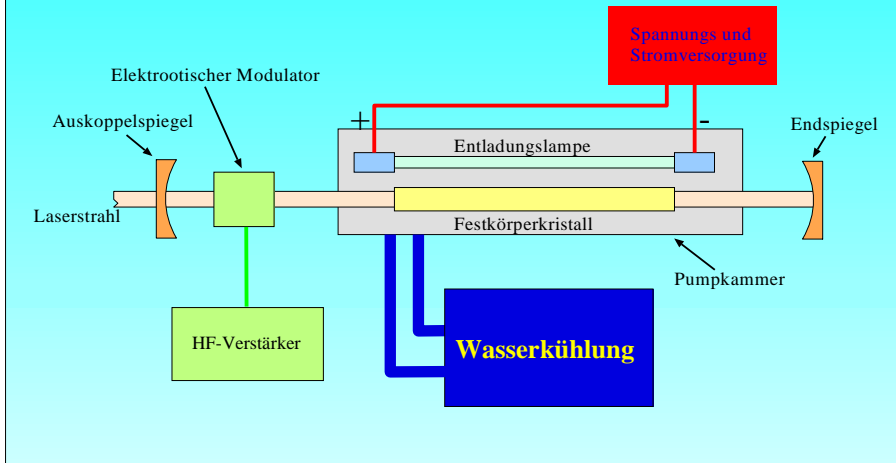
• Nd³⁺:YAG Laserkristalle



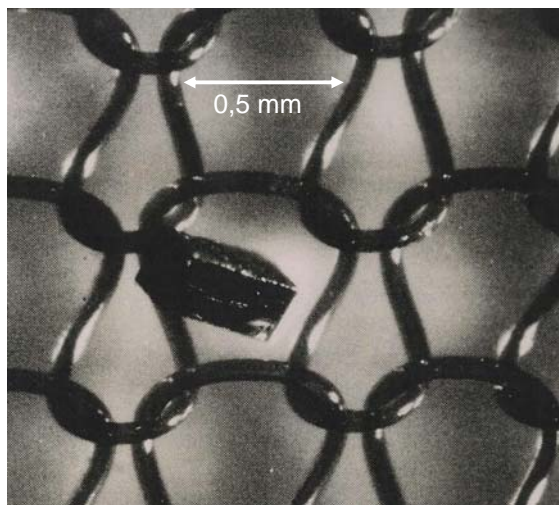
• Nd:YAG-Laser - Aufbau



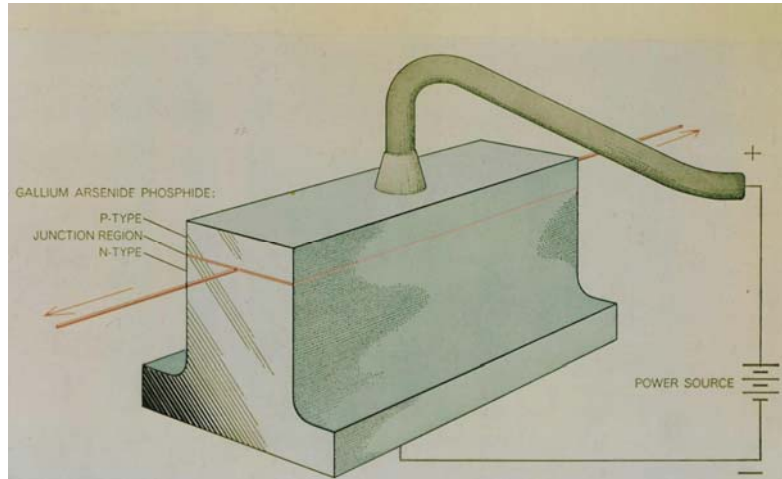
Festkörperlaser (Entladungslampen gepumpt)



- Halbleiterlaser

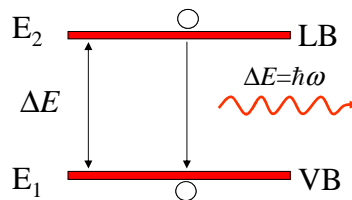


• Halbleiterlaser - Aufbau

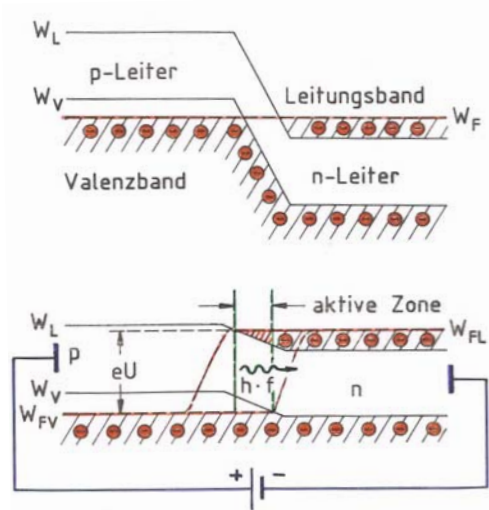


• Halbleiterlaser

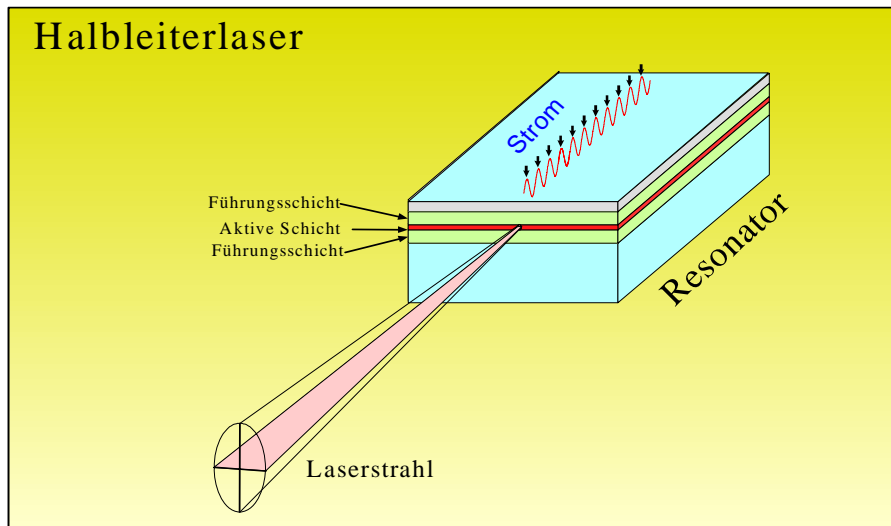
Übergang zwischen Leitungs- und Valenzband



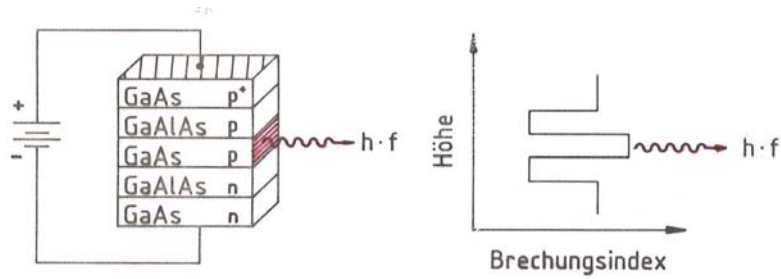
• Halbleiterlaser - Pumpschema



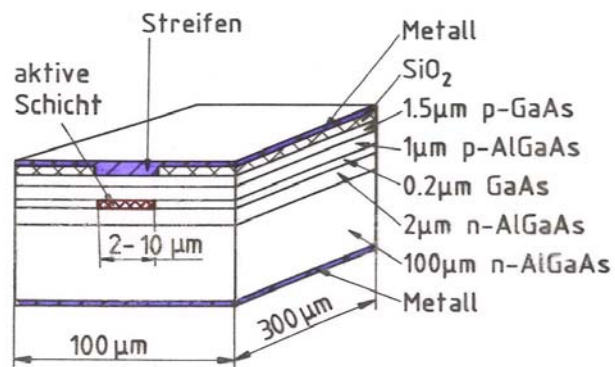
Halbleiterlaser



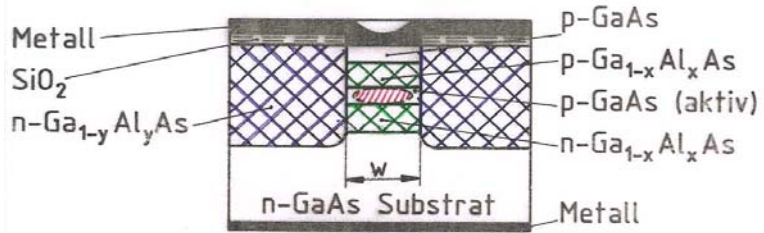
• Halbleiterlaser - Schichtenstruktur



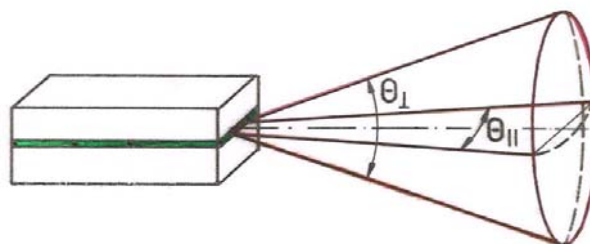
• Halbleiterlaser - gewinngeführt



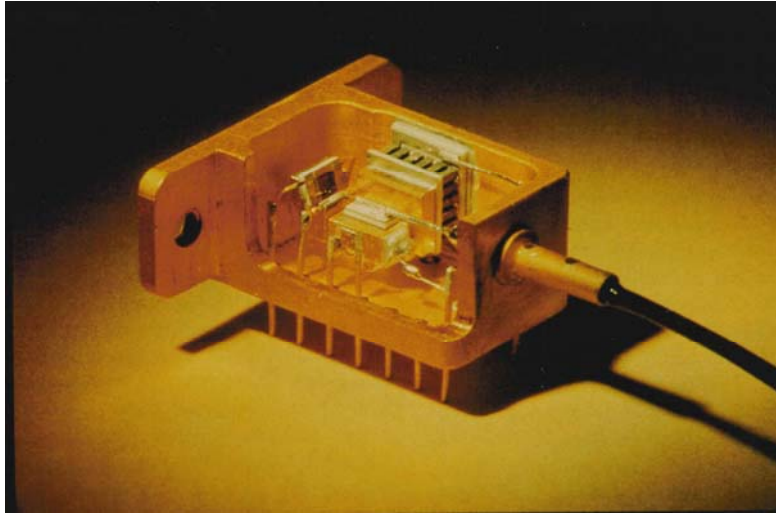
• Halbleiterlaser - indexgeführt



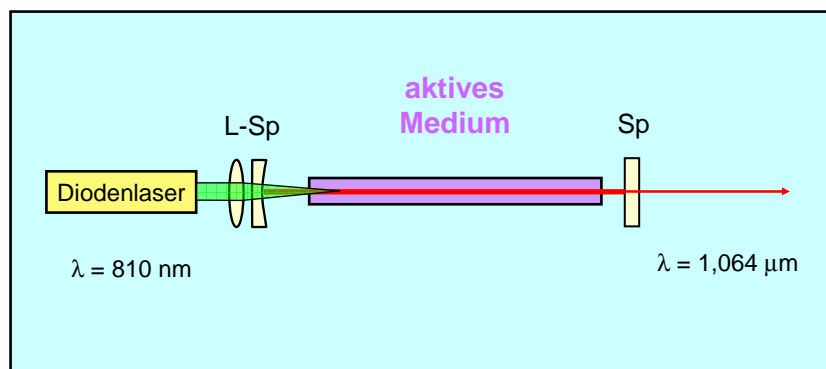
• Halbleiterlaser - Abstrahlung



• Halbleiterlaser



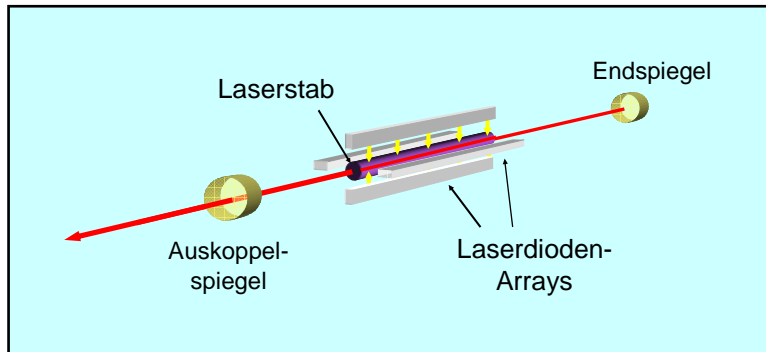
• HL gepumpter Nd³⁺:YAG-Laser



Wirkungsgrad über 30%: geringe thermische Verluste

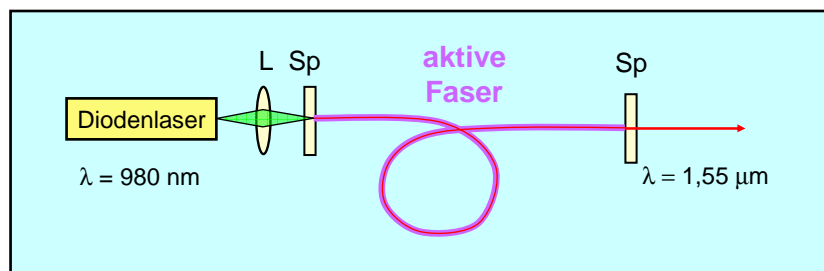
- hohe Stabilität
- keine Wasserkühlung
- Ausgangsleistung: leicht einige Watt, skalierbar bis kW

• Nd:YAG-Laser - Aufbau

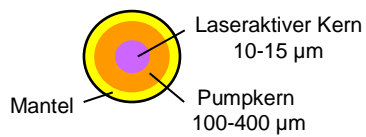


Anordnung für diodengepumpte Laser bis zum kW Bereich

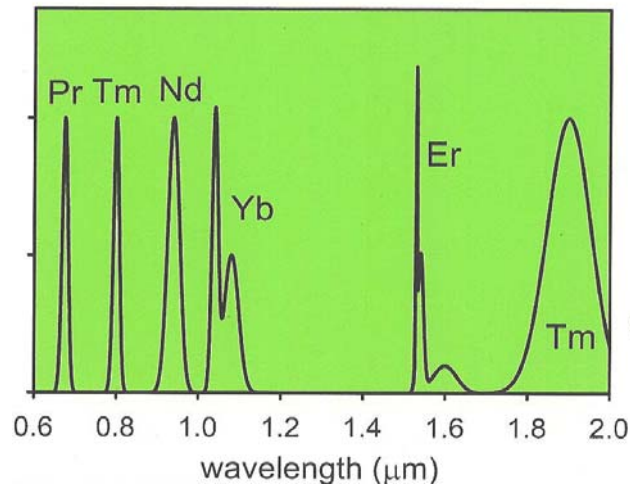
• HL gepumpter Er³⁺-Faserlaser



Doppel-Mantel-Faser



Beispiele für Faserlaser



3. Detektoren für Laserstrahlung

Sämtliche Detektoren reagieren auf die Strahlungsleistung und führen eine zeitliche Mittelung über die optischen Frequenzen durch.

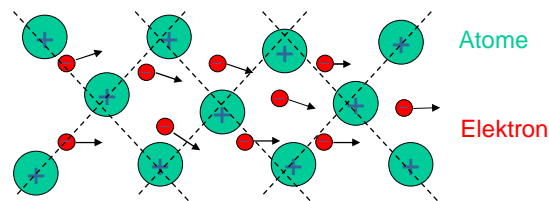
Es gibt:

- thermische Detektoren
- Quantendetektoren

3.1 Thermische Detektoren

1. Bolometer

Die Temperatur eines Körpers ist gleichbedeutend mit Schwingungen von Atomen um die Einbaulage und ebenso mit der mittleren kinetischen Energie von Elektronen.



- **Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstands:**

Erhöhte Temperatur T führt zu Störung der Gitterperiodizität und damit zu vermehrten Stößen von Elektronen mit dem Gitter.

Dies führt zur Änderung des spezifischen Widerstandes mit T .

Für viele Metalle gilt in guter Näherung lineare Widerstandsänderung mit T , die sich schreiben lässt als:

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha(T - T_0))$$

ρ_0 – spezifischer Widerstand bei Temperatur T_0

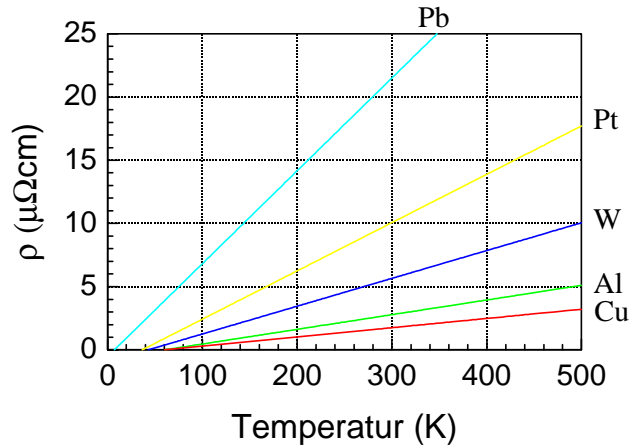
α ist der Temperaturkoeffizient, der sich schreiben lässt als:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_i} \frac{d\rho_i}{dT}$$

Bei allen unmagnetischen Metallen gilt $\alpha \approx 0,4 \%K^{-1}$.

• **Spezifischer Widerstand einiger Metalle:**

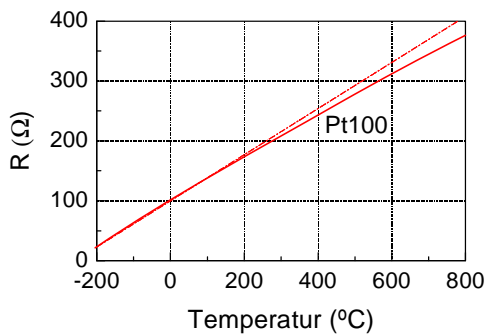
Der spezifische Widerstand verläuft weitgehend linear mit der Temperatur.



Bolometer

Metallwiderstand wird geschwärzt und der Strahlung ausgesetzt.

• **Platin-Bolometer:**



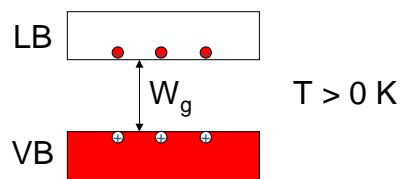
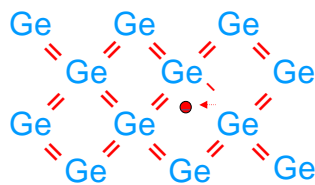
- Spezifischer Widerstand bei 0°C : $\rho = 9,83 \mu\Omega\text{cm}$.
- Temperaturkoeffizient (0-100 $^{\circ}\text{C}$): $\alpha = 3,85 \times 10^{-3}/^{\circ}\text{C}$.
- Weitere Korrektur über Polynom 3. Ordnung.

2. Thermistor

Metallwiderstand wird durch Halbleiter ersetzt.

Bei Erwärmung brechen einige Bindungen im Halbleiter auf.

- Im Bänderschema heißt das: Entsprechend der Energieverteilung können einige Elektronen mit Energie $\geq W_g$ vom Valenzband ins Leitungsband überwechseln.
- Es entstehen Löcher im Valenz- und Elektronen im Leitungsband. Löcher und Elektronen tragen zur Leitfähigkeit des Halbleiters bei.



• Temperaturkoeffizient:

Die Änderung der Leitfähigkeit mit Temperatur wird vor allem bestimmt durch die Abhängigkeit der Eigenladungsträgerkonzentration von der Temperatur:

$$n_i = N^* e^{-W_g/2kT}$$

Differenzieren von n_i ergibt für die Änderung der relativen Eigenkonzentration:

$$\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dT} = -\frac{W_g}{2kT^2}$$

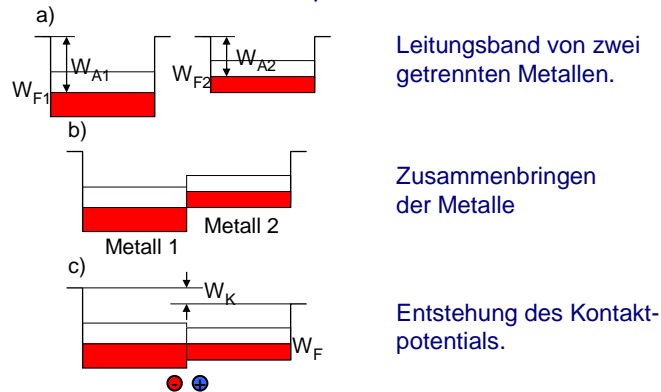
Der Temperaturkoeffizient wird damit unter Vernachlässigung der Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeiten:

$$\alpha = \frac{1}{\rho_i} \frac{d\rho_i}{dT} = -\frac{1}{n_i} \frac{dn_i}{dT} = -\frac{W_g}{2kT^2}$$

Mit $W_g=0,75$ eV und $T=293$ K wird $(1/\rho_i) \cdot d\rho_i/dT = -5\% \text{ K}^{-1}$.

3. Strahlungsthermoelement

Werden verschiedene Leitermaterialien in direkten Kontakt zu-einander gebracht, kommt es zu einem Kontaktpotential:



Das Kontaktpotential ergibt sich aus Differenz der Austrittsarbeiten:

$$W_K = eU_K = W_{A2} - W_{A1}$$

• Voltasche Spannungsreihe

Aus den verschiedenen Metallkombinationen folgt die Voltasche Spannungsreihe. Das Metall, das Pluspol bildet, steht jeweils weiter rechts.

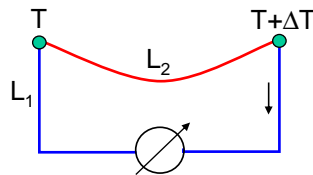
Voltasche Spannungsreihe.

Werkstoff	Pt	Ag	Cu	Fe	Sn	Pb	Zn
U_K (V)	0	0,12	0,20	0,34	0,64	0,70	1,09

- Differenz zwischen zwei Stoffen ergibt Kontaktspannung.
- Für Sn/Cu z.B. ist $U_{SnCu}=0,44V$ und für Cu/Sn $U_{CuSn}=-0,44 V$. In geschlossener Kette von Leitern ist damit die Summe der Kontaktpotentiale (bei gleicher Temperatur) Null.

• **Seebeck-Effekt**

In geschlossenem Kreis, der aus zwei unterschiedlichen Leitern besteht, kommt es aber zu einem Stromfluss, wenn sich Verbindungsstellen zwischen Leitern auf unterschiedlichen Temperaturen befinden (Seebeck-Effekt).



Abhängig von Materialkombination kommt es mit Temperaturdifferenz ΔT zu Spannungsdifferenz, der *Thermospannung*, die annähernd proportional zu ΔT ansteigt.

– **Thermokraft:**

Ist die auf 1 K Temperaturdifferenz bezogene Thermospannung.

– **Thermoelektrische Spannungsreihe:**

Werden Stoffe nach ihrer Thermokraft, bezogen auf Pt, geordnet, ergibt sich thermoelektrische Spannungsreihe.

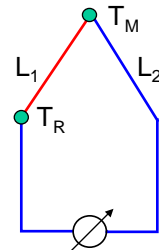
Material	Bi	CuNi44	Ni	Pt	Cu	Fe	NiCr
Thermokraft ($\mu\text{V/K}$)	-77	-35	-15	0	8	19	25

Thermoelement

Thermoelemente messen Temperaturdifferenzen einer Kontaktstelle zur Umgebung (Raumtemperatur) und damit direkt die durch Bestrahlung gegebene Erwärmung.

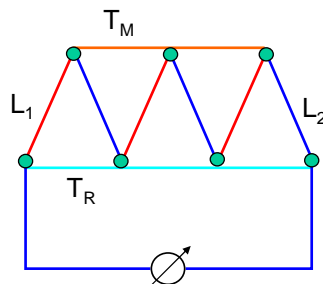
- Für hohe Empfindlichkeiten: Kombinationen von Werkstoffen, die in elektrothermischer Spannungsreihe weit auseinander liegen, z.B. NiCr/Ni oder Fe/Konstantan.

Bezeichnung	Thermokraft ($\mu\text{V/K}$)	max. Temp. ($^{\circ}\text{C}$)
Fe/Konstan.	54	700
NiCr/Ni	40	1000



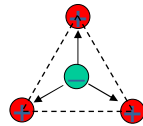
Thermosäule

Steigerung der Empfindlichkeit durch Hintereinanderschalten von Thermoelementen zu einer Säule.

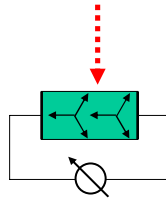


4. Pyroelektrischer Detektor

Bei Änderung der Temperatur eines pyroelektrischen Kristalls führt dies zu einem Verschiebungsstrom aufgrund des Kristallaufbaus.



Wird der Kristall geschwärzt und befindet sich zwischen zwei Elektroden, ist bei Bestrahlung eine Spannung proportional zur Strahlungsleistung nachzuweisen.



Pyroelektrischer Detektor

Dieser Detektor reagiert auf Änderungen in der Temperatur und damit auf Änderungen in der Bestrahlung.

Üblicherweise wird daher die Strahlung moduliert oder der Laser im Pulsbetrieb eingesetzt.

- Strahlung bis in den nW-Bereich oder Pulse von 100 nJ sind noch nachweisbar.
- Modulationen oder Pulsbreiten sind noch bis in den µs-Bereich auflösbar.

3.2 Quantendetektoren

1. Äußerer Photoeffekt

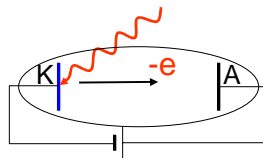
Photonen treffen auf ein Material und treten in Wechselwirkung mit freien oder gebundenen Elektronen.

Ist die Photonenenergie größer als die Austrittsarbeit ϕ , kann ein Elektron mit der Geschwindigkeit v aus dem Material austreten:

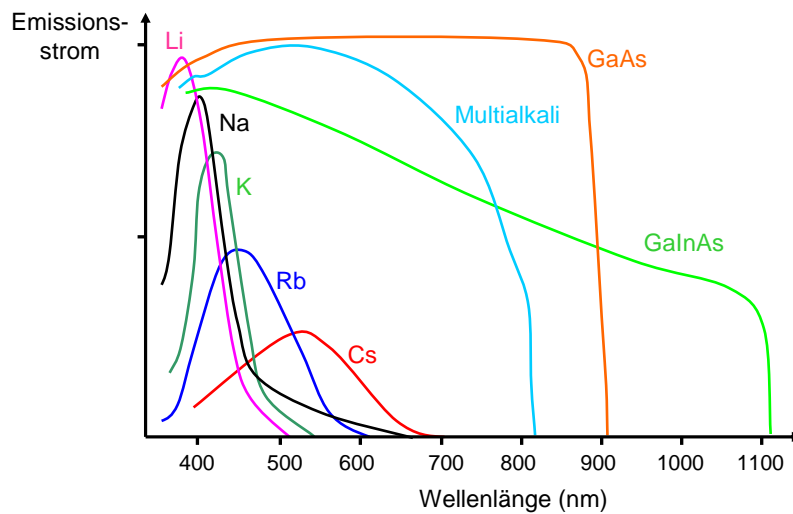
$$E = h\nu = \Phi + \frac{1}{2}mv^2$$

h – Plancksches Wirkungsquantum

m – Masse des Elektrons



Kathodenmaterialien



• **Quantenwirkungsgrad**

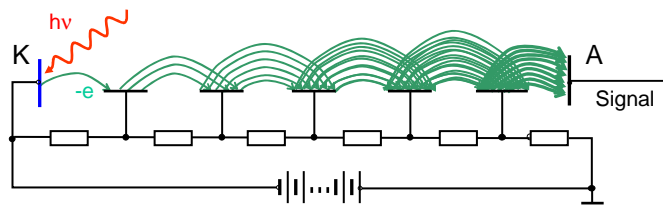
Ein Photon löst mit wellenlängenabhängiger Wahrscheinlichkeit, die als Quantenwirkungsgrad η bezeichnet wird, ein Elektron aus dem Material.

Die Zahl von Elektronen und damit der Strom i ist proportional zur Strahlungsleistung P , so dass gilt:

$$i = \eta(\lambda) e \frac{P}{h\nu}$$

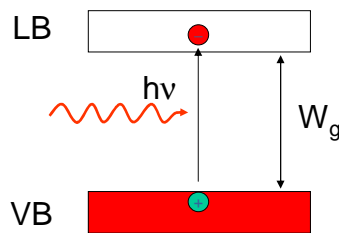
η beträgt beim äußeren Photoeffekt bis zu 30%.

Photomultiplier



2. Innerer Photoeffekt

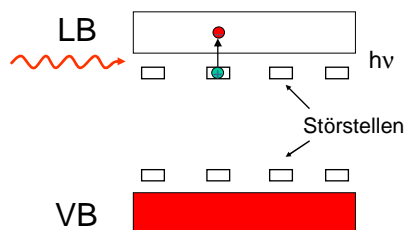
Fällt optische Strahlung mit $h\nu \geq W_g$ auf Halbleiter, werden Elektronen und Löcher erzeugt (innerer Photoeffekt). Bei geringerer Energie der Photonen erfolgt dagegen keine Absorption, und Strahlung passiert den Halbleiter ungehindert.



• Störstellen

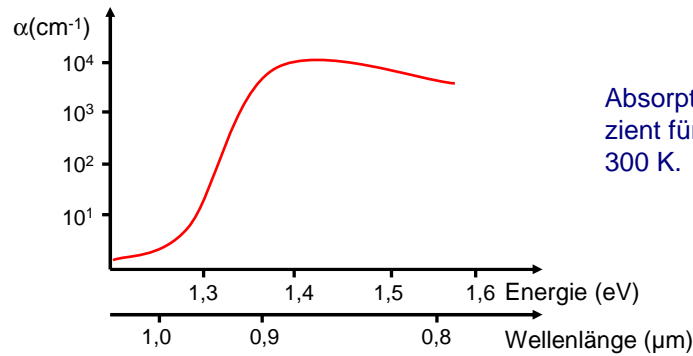
Bei dotierten Halbleitern mit Störstellen in der Bandlücke ist nur eine Aktivierung der Störstellen erforderlich, die daher mit deutlich niedrigeren Photonenenergien erfolgen kann.

Dies ist von Bedeutung für den Nachweis von Infrarotstrahlung.



• **Absorptionskoeffizient**

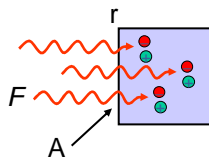
Die Absorption eines Lichtquants und damit die Erzeugung eines Elektronen-Loch-Paares wird durch den Absorptionskoeffizienten α bestimmt, der von der Wellenlänge und dem Band- bzw. Störstellenabstand bestimmt wird.



• **Generationsrate**

Bei Einfall eines Photonenstroms F in x -Richtung ergibt sich eine ortsabhängige Generationsrate g pro Volumen und Zeiteinheit:

$$g(x) = \eta(1-r) \frac{F}{A} \alpha e^{-\alpha x}$$



- η – Quantenwirkungsgrad von Ladungsträgern zu absorbierten Photonen
- r – Reflexionsgrad
- A – Querschnittsfläche

• **Photostrom**

Mit der Strahlungsleistung $P = F \cdot h \cdot \nu$ ergibt sich ein Photostrom

$$i = eA \int_0^d g(x) dx = e\eta(1-r) \frac{P}{h\nu} (1 - e^{-\alpha d})$$

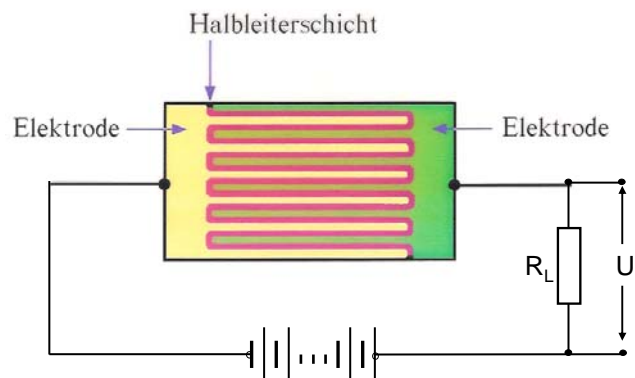
Bei einer Halbleiterdicke d von einigen hundertstel mm wird mit einem Absorptionskoeffizienten von $\alpha = 10^3 \text{ cm}^{-1}$ praktisch die gesamte einfallende Strahlung absorbiert.

Der Wirkungsgrad η kann beim inneren Photoeffekt bis zu 100% betragen. Gehen allerdings Ladungsträger auf dem Weg vom Entstehungsort zu den Elektroden verloren, bedingt durch eine endliche Lebensdauer τ der Ladungsträger, lässt sich dieser Verlust über den Wirkungsgrad berücksichtigen.

Der effektive Wirkungsgrad liegt dann bei 60-80%.

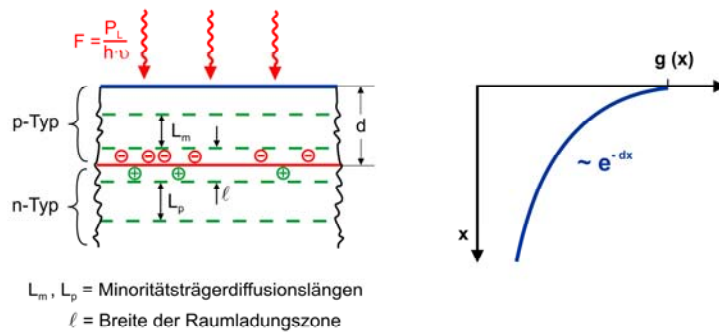
• **Photowiderstand**

Durch die Beleuchtung wird eine Leitfähigkeitsänderung erzeugt. Der Dunkelwiderstand wird z.T. um den Faktor 1000 reduziert.



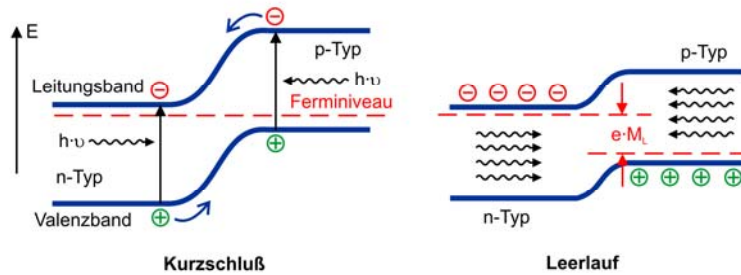
• Photodiode

Erzeugung von Ladungsträgern und Trennung am p-n-Übergang



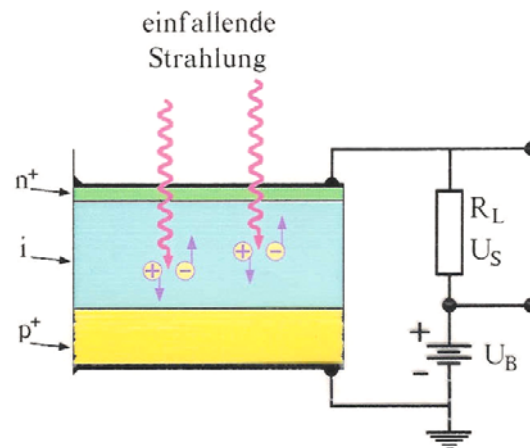
Photodiode

Darstellung im Bändermodell



• **p-i-n-Photodiode**

p-n-Übergang mit intrinsischer Zwischenschicht.



3.3 Güte und Rauschen von Detektoren

1. Empfindlichkeit

Ein Signal S (Strom oder Spannung) pro Strahlungsleistung P_L bestimmt die Empfindlichkeit (responsivity):

$$R = \frac{S}{P_L}$$

2. Rauschäquivalente Leistung (Noise Equivalent Power)

Die minimale Strahlungsleistung P_L^R , die erforderlich ist, um ein Signal-Rausch-Verhältnis von eins zu erhalten, bestimmt das Rauschverhalten eines Detektors (S_R – Detektorrauschen):

$$NEP = \frac{P_L^R}{\sqrt{B}} = \frac{S_R}{R\sqrt{B}} = \frac{P_L S_R}{S\sqrt{B}}$$

3. Rauschprozesse

- **Thermisches Rauschen**

Das thermische Rauschen hat seine Ursachen in thermischen Fluktuationen von Ladungsträgern in einem Widerstand:

$$i_{RT} = \sqrt{4kTB / R_D}$$

R_D – Widerstand des Detektors

k – Boltzmann-Konstante ($1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$)

T – absolute Temperatur

B – Bandbreite des Detektors

- **Schrotrauschen**

Die statistische Ladungsträgererzeugung beim Photoeffekt bzw. Ladungsträgerfluktuation an Übergangspotentialen ist die Ursache für das Quanten- oder Schrotrauschen:

$$i_{RS} = \sqrt{2e i_s B G^2}$$

e – Elementarladung

i_s – Signalstrom

G – Verstärkungsfaktor

• **Signal/Rausch-Verhältnis**

Bei Berücksichtigung von thermischem und Schrotrauschen ergibt sich für das Signal/Rausch-Verhältnis:

$$\frac{S}{N} = \frac{(i_s G)^2}{i_R^2} = \frac{i_s^2 \cdot G^2}{2eBi_s G^2 + 4kTB / R_D}$$

• **Quantenrauschbegrenzter Empfang**

Für hohe Verstärkung wird das Schrotrauschen groß gegen das thermische Rauschen. Dann kann 2. Term im Nenner entfallen, und es ergibt sich das bestmögliche SNR (quanten-rauschbegrenzter Empfang):

$$\frac{S}{N} = \frac{i_s}{2eB} = \eta \frac{P_L}{2h\nu B}$$

4. Frequenzstabilisierung von Lasern

Die möglichen Wellenlängen oder Ausgangsfrequenzen, auf denen ein Laser anschwingen kann, werden durch sein Verstärkungsprofil und vor allem durch die Eigenfrequenzen des Laserresonators vorgegeben.

Für Anwendungen, die eine möglichst definierte Laserfrequenz erfordern, ist ein

- Ein-Modenbetrieb anzustreben und
- die verbleibende Mode innerhalb des Verstärkungsprofils zu stabilisieren.

4.1 Modenselektion

Zwei Fälle sind zu unterscheiden:

1. Homogenes Verstärkungsprofil

Alle Atome nehmen innerhalb des homogenen Linienprofils an der Verstärkung teil. Deshalb schnürt sich der Laser, der vor allem bei einer Pulsanregung aus dem Rauschen heraus zunächst auf mehreren Moden anschwingen kann, selbständig auf eine axiale Mode ein, die in der Nähe des Verstärkungsmaximums liegt.

2. Inhomogenes Verstärkungsprofil

Unterschiedliche axiale Moden erfahren ihre Verstärkung durch unterschiedliche Atomklassen, die aufgrund ihrer Dopplerverschiebung oder veränderten Übergangsfrequenz (durch das lokale Kristallfeld) nur mit jeweils einer Mode in Wechselwirkung treten.

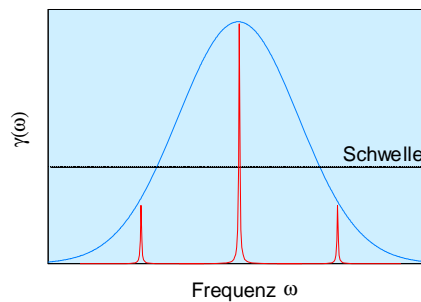
Die Moden schwingen also unabhängig voneinander über dem Verstärkungsprofil an.

Selektionsmethoden

- Verkürzen des Resonators

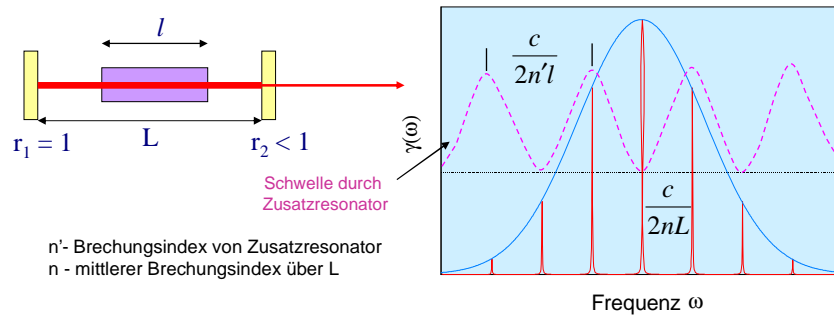
Sofern die Bauform und Ausgangsleistung es zulassen, kann der Resonator soweit verkürzt werden, dass der Abstand benachbarter Moden genügend groß wird und über dem Verstärkungsprofil nur noch eine axiale Mode anschwingen kann.

Diese Möglichkeit besteht aber nur in Ausnahmefällen.



- **Kombination von Resonatoren**

Besonders gebräuchlich ist die Kombination von zwei oder mehr Resonatoren, die ineinander verschachtelt sind und sehr unterschiedliche Resonanzverhalten besitzen. So kann erreicht werden, dass die Schwelle nur für eine Mode überschritten wird.



4.2 Ursachen von Frequenzschwankungen

Durch den Ein-Modenbetrieb wird die Emissionsbreite eines Lasers drastisch reduziert und damit seine Kohärenzlänge erheblich erhöht.

Ohne weitere Maßnahmen kann allerdings diese Mode irgendwo innerhalb des Verstärkungsprofils anschwingen, abhängig vom optischen Weg, den der Strahl im Resonator zurücklegt, und damit der sich einstellenden Resonanzbedingung für den Resonator.

Beim HeNe-Laser z.B. mit einer Dopplerbreite von $\Delta f_D \approx 1,5$ GHz ist die Laserfrequenz damit auf $\Delta f/f = 3 \cdot 10^{-6}$ genau festgelegt.

Für Präzisionsuntersuchungen in der Spektroskopie oder Interferometrie reicht diese Genauigkeit oft nicht aus, und es müssen Verfahren zur Stabilisierung der Laserfrequenz und damit der Wellenlänge eingesetzt werden.

Wellenlänge und Frequenz

Sie werden bestimmt durch:

$$\lambda = \frac{2nL}{q} \quad \text{bzw.} \quad f = q \frac{c}{2nL}$$

Ändern sich L oder n während der Laseremission, schwanken Wellenlänge und Frequenz entsprechend:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n}{n} \quad \text{bzw.} \quad -\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta n}{n}$$

Soll die Frequenz des HeNe-Lasers mit $f = 5 \cdot 10^{14}$ Hz auf 1 MHz konstant gehalten werden, erfordert dies eine relative Konstanz von $\Delta f/f = 2 \cdot 10^{-9}$.

Entsprechendes gilt für die Länge und den Brechungsindex.

Ein Resonator von 1m Länge muss also auf besser als 1nm konstant sein.

Ursachen

Bei den Ursachen sind zwei Fälle zu unterscheiden:

- Langzeitdrifts durch Temperatur- und Druckschwankungen
- Kurzzeitige Schwankungen durch akustische Störungen und Schwingungen auf den Laseraufbau oder Instabilitäten in der Gasentladung

Langzeiteffekte

Temperatureinfluss:

Mit einem Temperaturexpansionskoeffizienten α ergibt sich die relative Längenänderung des Resonators zu:

$$\frac{\Delta L}{L} = \alpha \cdot \Delta T$$

Für sehr kleine α mit $5 \cdot 10^{-7} / ^\circ\text{C}$ (Invar oder Quarz) und $\Delta T = 0,1 \text{ } ^\circ\text{C}$ ist die relative Längenänderung bereits $5 \cdot 10^{-8}$ und führt zu einer Frequenzänderung von 25 MHz.

Langzeiteffekte

Druckeinfluss:

Ändert sich der Druck p durch Atmosphärenschwankungen oder bei Gaslasern durch die Gasfüllung um den Betrag Δp , resultiert hieraus die relative Brechungsindexschwankung:

$$\frac{\Delta n}{n-1} = \frac{\Delta p}{p}$$

Für einen Brechungsindex von Luft mit $n = 1,00027$ und täglich auftretenden Druckschwankungen von nur 2 hPa wird die relative Frequenzänderung zu

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta n}{n} = \frac{n-1}{n} \cdot \frac{\Delta p}{p} = 10^{-7}$$

und die entsprechende Frequenzänderung 50 MHz (für $f = 5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$).

Kurzzeitschwankungen

Sie verursachen je nach Ursprung und Intensität ein mehr oder weniger breites Frequenzspektrums.

Hauptsächlich resultieren diese Schwankungen aus

- akustischen Störungen und Erschütterungen, die auf den Resonator und das laseraktive Medium einwirken. Abhilfe schafft Schallbox und stabiler Unterbau (schwingungsgedämpfte Platte).
- hochfrequenten Störungen durch Fluktuationen des Brechungsindex, bei Gaslasern durch Plasmaintabilitäten, bei Festkörperlaser durch Anregungsschwankungen oder bei Flüssigkeitslasern durch Oberflächenwellen und Dichteschwankungen.

4.3 Verfahren zur Stabilisierung

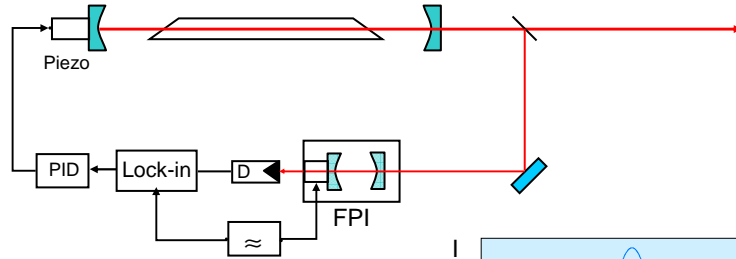
Um die Laserfrequenz stabil zu halten, müssen

- einerseits über passive Maßnahmen Störungen und Langzeitdrifts durch Abschirmungen so weit wie möglich reduziert werden,
- andererseits müssen über eine aktive Regelung die verbleibenden Störungen durch eine entsprechende Änderung der Resonatorlänge kompensiert werden.

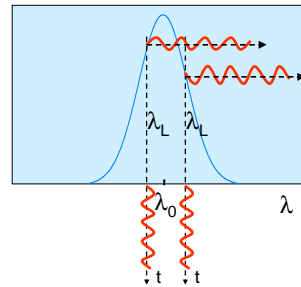
Eine aktive Regelung erfordert eine Referenzfrequenz, die abgeleitet werden kann aus einem Interferometer, dem Verstärkungsmaximum des Laserübergangs oder einem atomaren Absorber.

Einige gebräuchliche Methoden werden im Folgenden vorgestellt.

Regelung auf FPI:

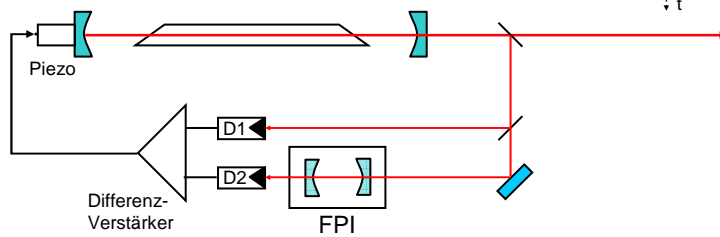
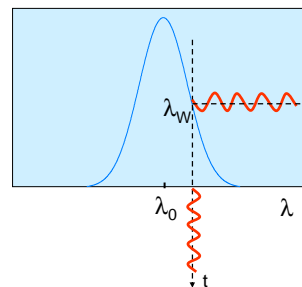


Bei einer Regelung auf das Maximum der FPI-Transmissionskurve muss die Regelrichtung aus der Phasenlage eines leicht um das Maximum modulierten Signals gewonnen werden.



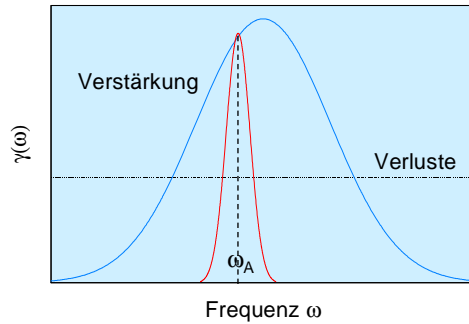
Regelung auf Flanke:

Bei einer Regelung auf die Flanke der FPI-Transmissionskurve wird eine Wellenlängenänderung über eine Intensitätsänderung registriert und über den Differenzverstärker direkt auf den Piezotranslator gegeben, der die Laserlänge nachfährt.



Stabilisierung auf atomaren Absorber:

Für eine Langzeitstabilisierung lässt sich ein atomarer oder molekularer Übergang nutzen, der eine schärfere Resonanz als das Verstärkungsprofil zeigt und innerhalb dieses Profils liegt.



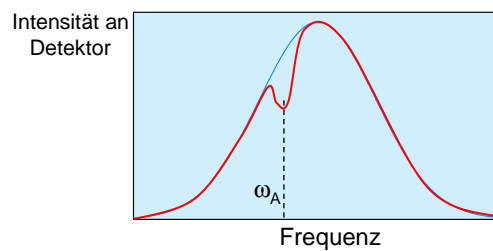
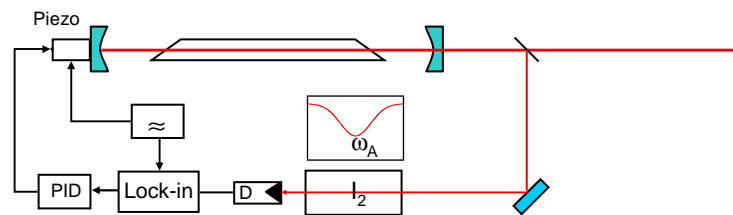
Dopplerbreite

$$\Delta \nu_D = 2 \nu_{21} \left(\frac{2\pi k T}{mc^2} \ln 2 \right)^{1/2}$$

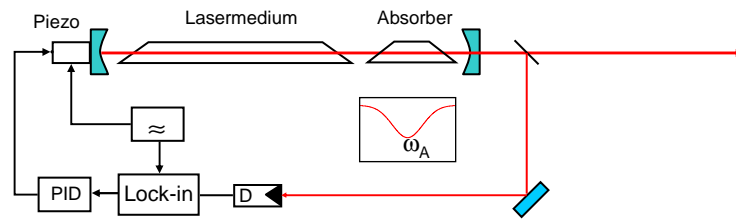
$$= 7,16 \times 10^{-7} \times \nu_{21} \sqrt{T/m}$$

Für I_2 mit $m = 254$ wird für $T=300$ K und $\nu_{21}=5 \times 10^{14}$ Hz:
 $\Delta \nu = 200$ MHz

Versuchsanordnung mit externer Absorberzelle:



Ausschalten des Dopplereffektes:



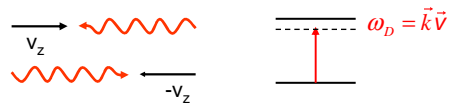
Das Licht im Resonator besteht aus einer hin- und einer zurücklaufenden Welle.

Der Laser wechselwirkt bei leichter Verstimmung zur Absorberfrequenz daher mit zwei Geschwindigkeitsklassen aus dem Dopplerprofil. Für diese Klassen wird der Grundzustand des Absorbers teilweise entleert.

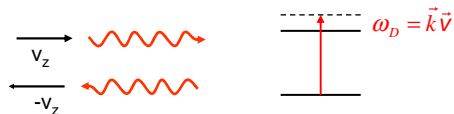
Wechselwirkung mit Geschwindigkeitsklassen

Ist die Laserfrequenz $\omega_L < \omega_A$, treten Atome, die sich in z-Richtung bewegen, mit dem Strahl in Wechselwirkung, der sich in $-z$ -Richtung ausbreitet.

Atome in $-z$ -Richtung treten mit Strahl in $+z$ -Richtung in Ww.:

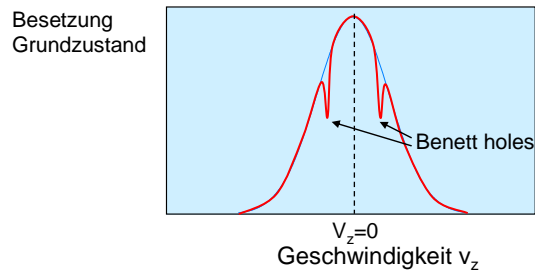


Ist $\omega_L > \omega_A$, treten Atome mit paralleler Richtung zum jeweiligen Strahl in Wechselwirkung:



Besetzungsverteilung des Absorbers im Grundzustand

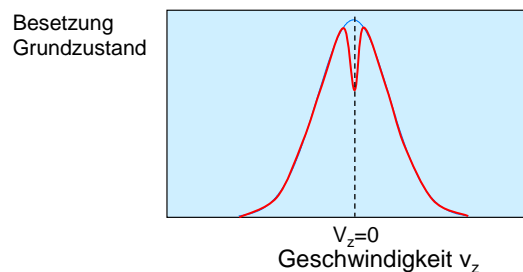
Für die Geschwindigkeitsklassen, mit denen die Strahlung innerhalb der natürlichen Linienbreite wechselwirkt, wird die Besetzung des Grundzustands reduziert (Benett holes).



Mit reduzierter Besetzung nimmt aber die Absorption ab. Eine hohe Intensität wird daher relativ weniger absorbiert als eine niedrige.

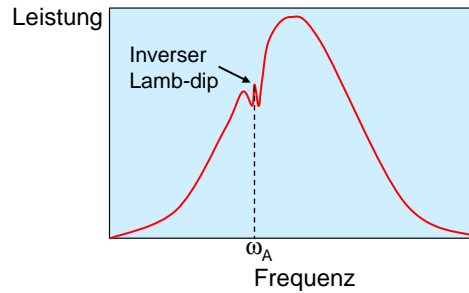
Besetzung bei Resonanz

Für $\omega_L = \omega_A$ wirken beide Strahlen auf die gleiche Geschwindigkeitsklasse $v_z = 0$. Die Absorption ist dadurch relativ schwächer als bei leichter Verstimmung.



Ausgangsleistung um die Absorberlinie

Bei exakter Resonanz mit dem Absorber wächst die Laserausgangsleistung wieder an.



Der scharfe Peak in der Laserleistung wird als inverser Lamb-dip bezeichnet. Seine Breite wird nur durch die natürliche Linienbreite und durch Leistungsverbreiterung bestimmt.

4.4 Laser als Frequenz- und Längennormal

Mit der Stabilisierung eines Lasers auf einen atomaren Übergang wird die Laserausgangsfrequenz und damit gleichzeitig die Wellenlänge mit der Genauigkeit festgelegt, mit der der atomare Übergang definiert ist und eine entsprechende Stabilisierung hierauf möglich ist.

Hierfür kommen daher nur atomare Übergänge mit einer möglichst niedrigen natürlichen Linienbreite infrage, auf denen eine Anregung mit der Laserstrahlung möglich ist und gleichzeitig Verbreiterungseffekte weitgehend ausgeschaltet werden können.

Wesentliche Ursachen für eine Verbreiterung sind:

- Dopplereffekt
- Flugzeitverbreiterung bzw. begrenzte Wechselwirkungsdauer

Reduzierung von Verbreiterungen

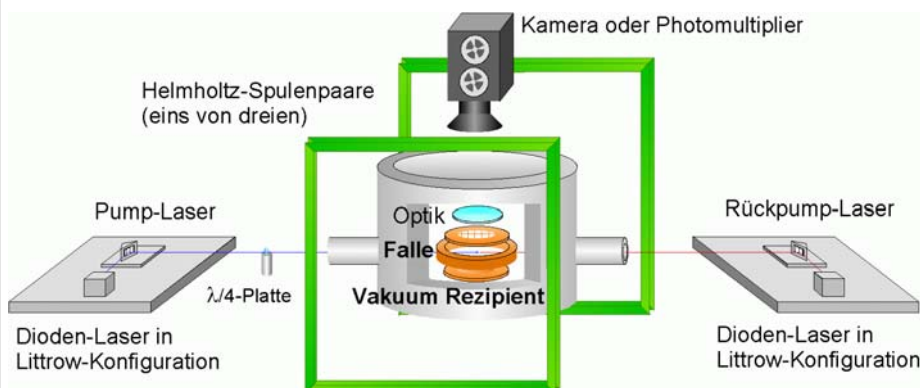
Ausschalten der Dopplerbreite:

- durch Sättigungseffekt – inverser Lamb-Dip (siehe 4.3)
- Optische Kühlung der Atome über Photonenimpuls
Läuft ein Atom mit dem Impuls \mathbf{p} der Laserstrahlung entgegen und absorbiert ein Photon, wird gleichzeitig hiermit der Impuls $\Delta\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$ übertragen, der das Atom um diesen Betrag abbremst. Bei einer Emission eines Lichtquants erfährt das Atom ebenso einen Rückstoß gleicher Größe.
Da die Absorption immer aus einer Richtung, die Emission sich aber auf einen Raumwinkel 4π verteilt, kommt es zu einer schrittweisen Abbremsung der Atome. Ein thermisches Na-Atom wird beispielsweise nach ca. 4.000 Absorptionszyklen auf Null abgebremst.

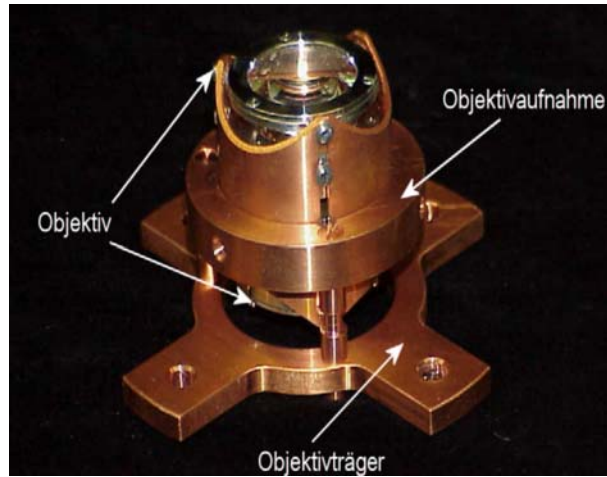
Ausreichend lange Wechselwirkungszeit

- Kühlung der Atome und Aufweitung der Laserstrahlung
- Speicherung von Atomen in einer magnetooptischen Falle
- Speicherung von Ionen in einer Quadrupolfalle

Versuchsaufbau zur Anregung von gespeicherten Ionen



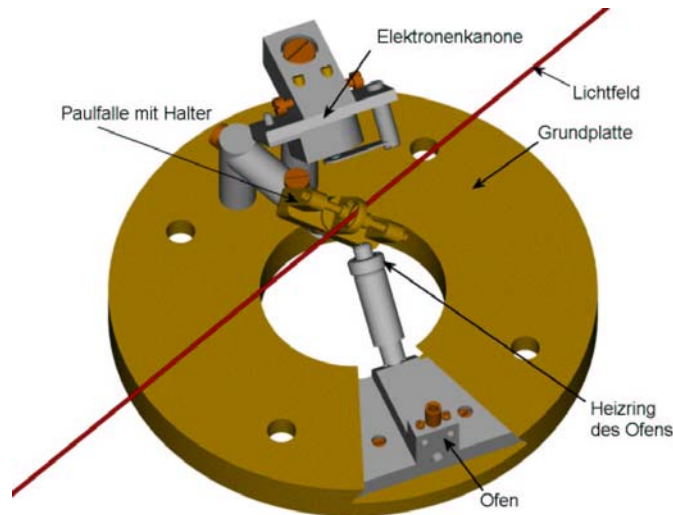
Quadrupol-Ionenfalle (Paul-Falle): Speicherung von 10^7 Ionen



Quadrupol-Ionenfalle: Speicherung von 10^7 Ionen



Quadrupol-Ionenfalle: Speicherung von 10^2 - 10^3 Ionen



Aktueller Stand

Durch die Stabilisierung von Lasern auf gekühlte und in einer Falle gespeicherte Atome bzw. Ionen wird heute bereits die Laserfrequenz auf 10^{-15} bis 10^{-16} genau festgelegt. Dies ist besser als die derzeit noch gültige Definition der Frequenz- bzw. Zeiteinheit, die sich auf die Cs-Atomuhr mit einer Ungenauigkeit von $1,5 \cdot 10^{-14}$ stützt.

Es ist davon auszugehen, dass mit einem auf einen atomaren Übergang stabilisierten Laser künftig eine Frequenzunsicherheit von nur 10^{-18} erreichbar sein wird.

Damit ist dies der mit Abstand genaueste Standard für die Zeit, die Frequenz und die Längeneinheit.

5. Interferenz-Messverfahren

Interferometrische Messverfahren gehören zu den genauesten Untersuchungsmethoden der Messtechnik.

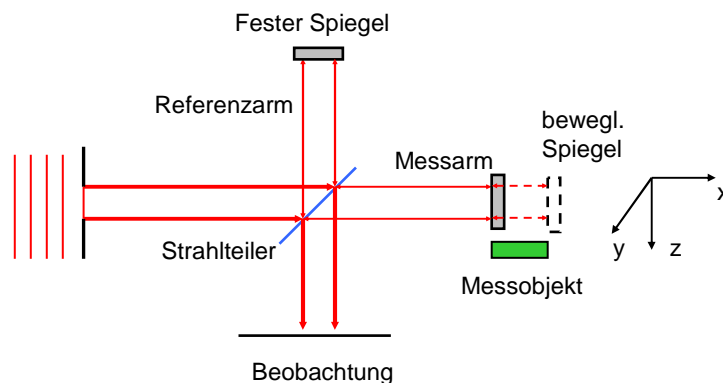
Hier werden behandelt die:

- Interferometrische Längenmessung
- Interferometrische Schallmessung

5.1 Interferometrische Längenmessung

Vorwiegend werden Laserinterferometer eingesetzt, die auf der Zweistrahlinterferenz basieren und dem von Michelson bereits 1882 angegebenen Interferometer entsprechen:

Michelson-Interferometer



Überlagerung von zwei Feldern

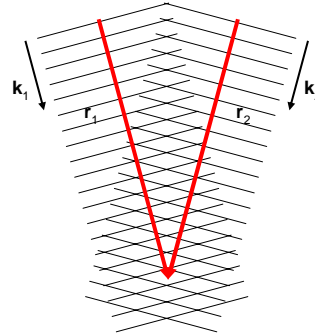
$$E_1 = A_1 e^{j(\omega t - k_1 r_1 + \delta_1)}$$

$$E_2 = A_2 e^{j(\omega t - k_2 r_2 + \delta_2)}$$

Sei $\mathbf{k}_i \parallel \mathbf{r}_i$ und $|\mathbf{k}_1| = |\mathbf{k}_2|$.

Die Intensität wird dann zu:

$$\begin{aligned} I &= \frac{n}{2Z} |E_1 + E_2|^2 = \frac{n}{2Z} \left| A_1 e^{j(\omega t - k_1 r_1 + \delta_1)} + A_2 e^{j(\omega t - k_2 r_2 + \delta_2)} \right|^2 \\ &= \frac{n}{2Z} \left(A_1^2 + A_2^2 + A_1 A_2 e^{-j[(k(r_1 - r_2) + (\delta_2 - \delta_1))]} + A_1 A_2 e^{j[(k(r_1 - r_2) + (\delta_2 - \delta_1))]} \right) \\ &= \frac{n}{2Z} \left(A_1^2 + A_2^2 + 2 A_1 A_2 \cos [(k(r_1 - r_2) + (\delta_2 - \delta_1))] \right) \end{aligned}$$

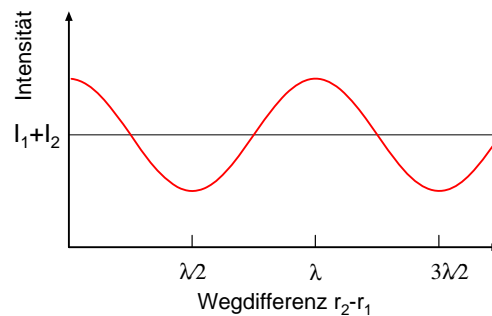


Interferenz:

Mit
$$I_1 = \frac{n}{2Z} A_1^2 \quad \text{u.} \quad I_2 = \frac{n}{2Z} A_2^2$$

wird die Intensität zu:

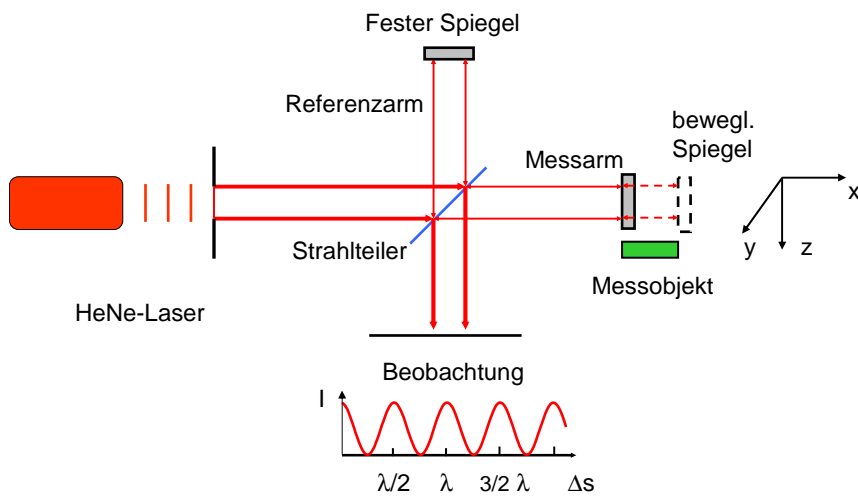
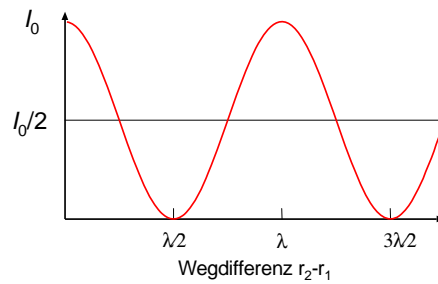
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos [(k(r_1 - r_2) + (\delta_2 - \delta_1))]$$



Interferenz bei gleichen Teilstrahlen:

Mit $I_1 = I_2 = \frac{1}{4} I_0$ gilt:

$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos[(k(r_1 - r_2) + (\delta_2 - \delta_1))])$$



– **Michelson-Interferometer: Gekippte Spiegel**

Bei Verkippung eines Spiegels um ϑ z.B. um die y-Achse wird reflektierter Strahl um 2ϑ abgelenkt

$$E_1 = A_1 e^{j(\omega t - kx \sin 2\vartheta - kz \cos 2\vartheta + \delta_1)}$$

Die Interferenz mit 2. Welle in der Beobachtungsebene liefert:

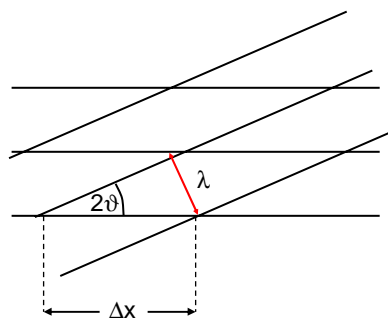
$$I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos[kx \sin 2\vartheta - kz(1 - \cos 2\vartheta) + (\delta_2 - \delta_1)])$$

Hieraus resultiert ein Streifenabstand in x-Richtung:

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin 2\vartheta} \approx \frac{\lambda}{2\vartheta}$$

– **Michelson-Interferometer: Streifenabstand**

Geometrische Deutung bei verkippeten Phasenfronten:



– **Verkippung**

Die zulässige Verkippung darf nicht größer sein als:

$$\left| \frac{d(\Delta x)}{d\vartheta} \Delta\vartheta \frac{D}{\Delta x} \right| \ll \Delta x$$

mit D als Strahldurchmesser.

Dabei gilt:

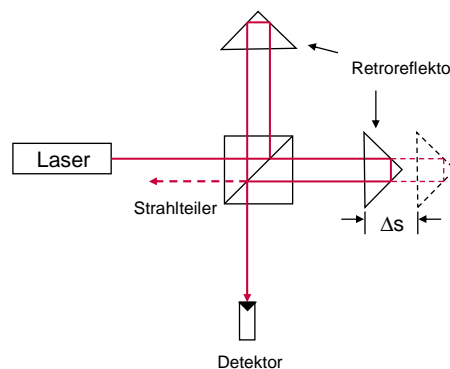
$$\frac{d(\Delta x)}{d\vartheta} = -\frac{\lambda}{2\vartheta} \frac{1}{\vartheta} = -\frac{\Delta x}{\vartheta}$$

Also ist:

$$\left| \frac{\Delta x}{\vartheta} \Delta\vartheta \frac{D}{\Delta x} \right| = \frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} D \ll \Delta x = \frac{\lambda}{2\vartheta}$$

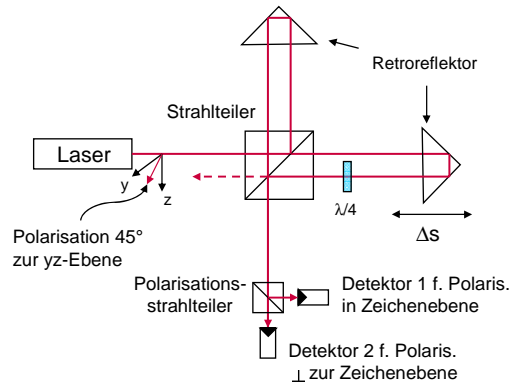
$$\Rightarrow \Delta\vartheta \ll \frac{\lambda}{2D}$$

Interferometer mit Retroreflektoren



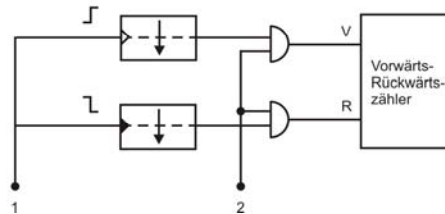
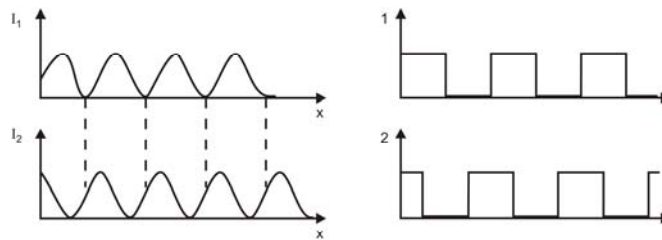
- vermeidet Verkippung des Strahls bei Verschiebung des Spiegels
- vermeidet Rückkopplung des Strahls in den Laser zurück

Polarisationsinterferometer mit Retroreflektoren

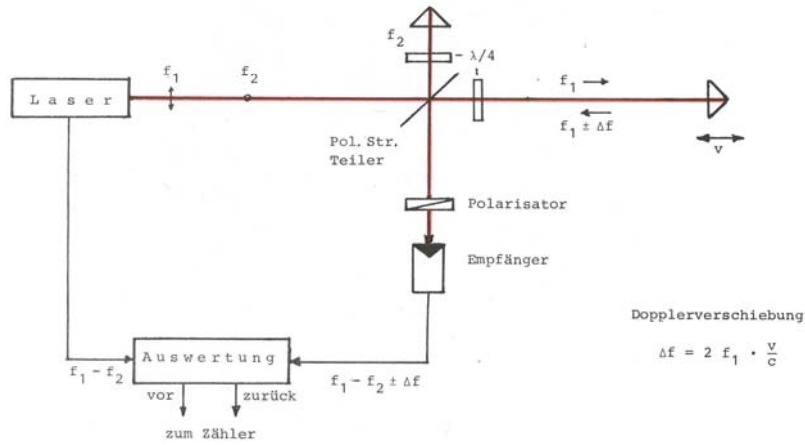


- erlaubt, die Bewegungsrichtung zu erkennen

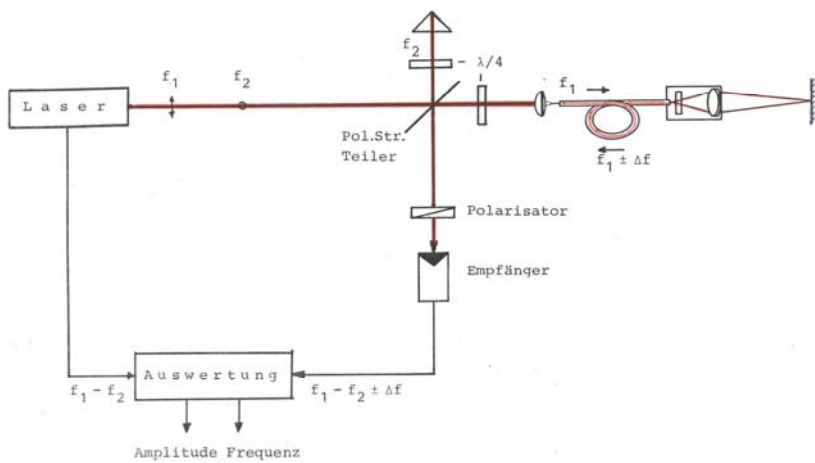
Richtungserkennung



Dopplerinterferometer



Dopplerinterferometer mit Faserankopplung



Messgenauigkeit von Interferometern

Sie hängt ab von:

- Frequenzstabilität des Lasers: $> 10^9$
- mechanischer u. thermischer Stabilität des Aufbaus: $< 10 \text{ nm}$
- Interpolation: $< 10 \text{ nm}$
- Umwelteinflüssen über Brechungsindex n:

$$L = \frac{m\lambda}{n_0} \left\{ 1 - \frac{1}{n_0} \left[\frac{dn}{dT_L} (T_L - 20^\circ\text{C}) + \frac{dn}{dp} (p - 1013 \text{ hPa}) \right] \right\} \times [1 - \alpha(T - 20^\circ\text{C})]$$

mit $n_0 = 1,000271214$ ($T_L = 20^\circ\text{C}$ und $p = 1013 \text{ hPa}$)

$$\frac{dn}{dT_L} = -9,3 \cdot 10^{-7} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}; \quad \frac{dn}{dp} = 0,25 \text{ hPa}^{-1}$$

Beispiel: 1 m lange Eisenstange ($\alpha = 10^{-5}/^\circ\text{C}$) auf $0,1 \text{ } \mu\text{m}$ vermessen \Rightarrow

$$\Delta T = 0,01^\circ\text{C}; \quad \Delta p = 0,4 \text{ hPa}; \quad \Delta T_L = 0,1^\circ\text{C}$$

Anwendungen von Interferometern

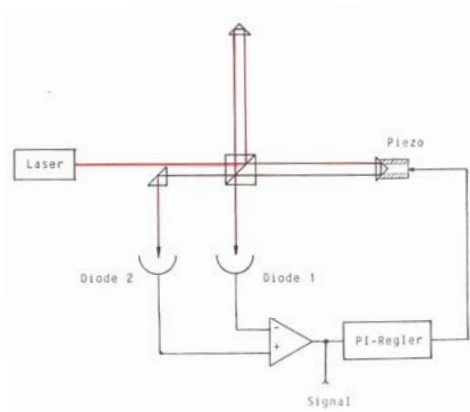
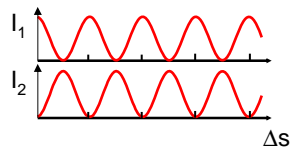
- Herstellung von Sekundär-Längennormalen, Endmaßen
- Einsatz in Koordinatenmessmaschinen
- Einsatz in numerisch gesteuerten Fräs- und Drehmaschinen
- Vermessung von Antennen
- Nachweis von Gravitationswellen – Interferometer ist selbst Antenne
- Messen von thermischen Ausdehnungskoeffizienten
- Ermittlung des Brechungsindex von Materialien
- Wellenlängenmeter

Messung von kleinsten Verschiebungen

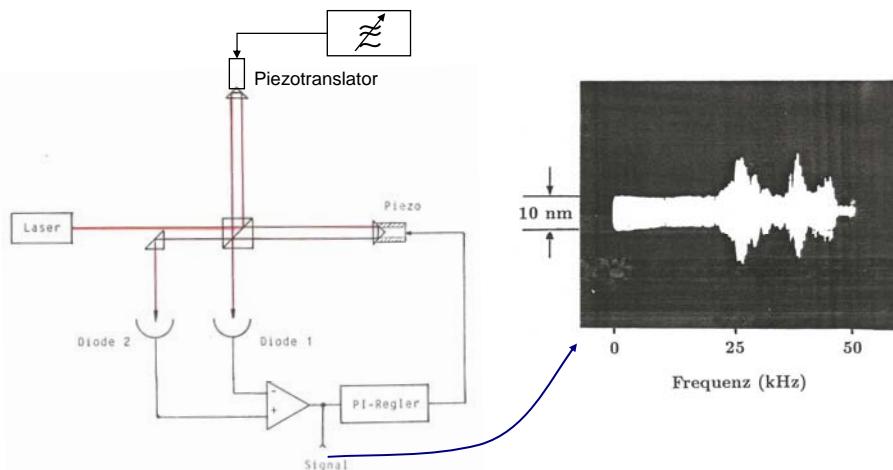
Sollen Verschiebungen deutlich kleiner als λ erfasst werden, ist es sinnvoll, das Interferometer auf einen Arbeitspunkt zu stabilisieren, um den es auf Längenänderungen besonders empfindlich und linear reagiert.

Dies ist der Fall, wenn die zwei Signale an Detektor 1 und 2, die eine Phasenlage von π zueinander besitzen, gleiche Intensität haben.

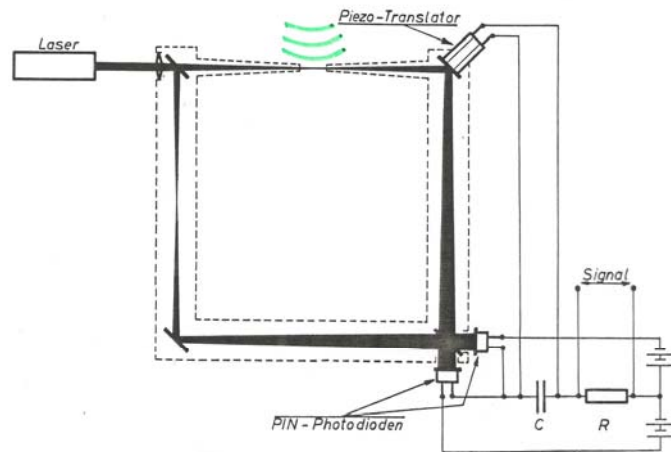
Abweichungen oder Störungen, die schneller als die Regelkonstante sind, werden so besonders empfindlich erfasst.



Vermessen des Frequenzgangs eines Piezotranslators

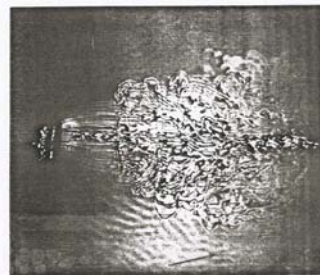


Mach-Zehnder-Interferometer zur Schallfeldmessung

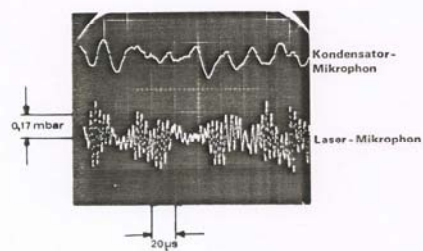


Messung von Ultraschall

Schlierenbild hinter einer
Überschallströmung



Aufzeichnung der
Ultraschallabstrahlung



6. Laser-Triangulation

Eine weitere Messmethode zur berührungslosen Abstands- und Dickenmessung im Nahbereich ist die Lasertriangulation.

Sie erreicht nicht die Präzision der Interferometrie, zeichnet sich aber durch einen einfacheren und robusteren Aufbau aus.

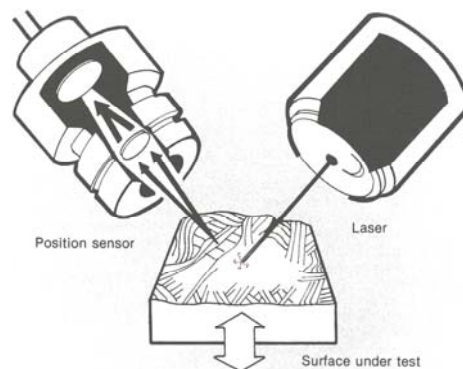
Dieses Messverfahren ist besonders geeignet für abschnittsweise ebene oder leicht gewellte Oberflächen, die sich auch senkrecht zur Beobachtungsrichtung bewegen können.

Typische Anwendungen sind:

- Dickenkontrolle von schnell bewegten Walzblechen in der Produktion
- Bahnkontrolle von langgestreckten Körpern
- Profilmessgeräte oder
- Sensoren für Montagegeräte

6.1 Messprinzipien

Die Verschiebung einer Messebene wird erfasst durch Beobachtung der diffus reflektierten Strahlung, die bei Beleuchtung mit einem Laser von der Oberfläche eines Körpers abgestrahlt wird.



• **Feste Einstrahl- und bewegliche Beobachtungsrichtung**

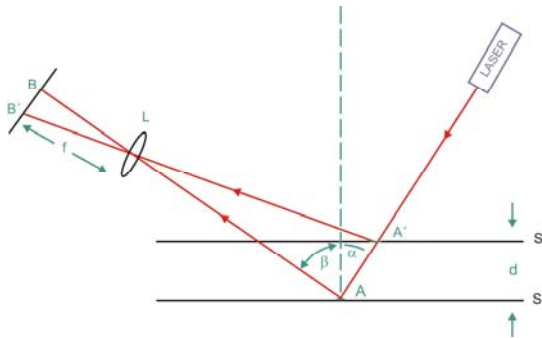
Der Laser wird fokussiert oder kollimiert und unter dem Winkel α auf die Messoberfläche gerichtet. Dort erzeugt er einen Lichtfleck in A.

Eine Linse bildet unter dem Beobachtungswinkel β das diffus reflektierte Licht von A in B ab.

α und β sollten nicht gleich sein, um spiegelnde Reflexion zu vermeiden.

Bei Verschiebung der Messebene S nach S' um d, wandert der Auftreffpunkt nach A' und das Bild nach B'.

Über die Verschiebung $x = BB'$ lässt sich die Verschiebung d ermitteln.



- **Zur Berechnung der Verschiebung**

Die Beobachtungsebene falle mit der Brennebene der Linse zusammen.

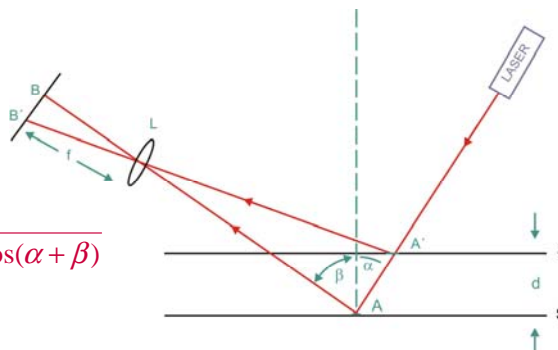
Sei f die Brennweite der Linse und $a = LA$ die Gegenstandsweite.

Dann gilt

$$d = \frac{x \cdot a \cdot \cos \alpha}{f \cdot \sin(\alpha + \beta) + x \cdot \cos(\alpha + \beta)}$$

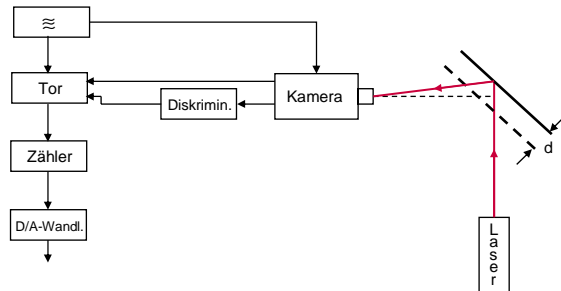
Sonderfall $\alpha + \beta = 90^\circ$.

$$d = \frac{x \cdot a \cdot \cos \alpha}{f}$$



- Messung mit Array-Kamera

Eine Verschiebung des Bildpunktes und damit der Messebene kann z.B. erfasst werden mit Hilfe einer Array-Kamera (Zeilenkamera).

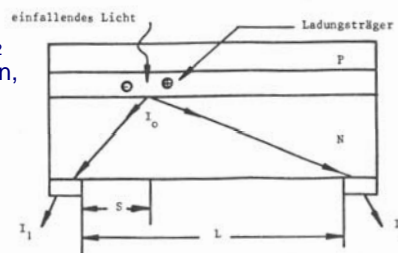


- Sensor-Array wird periodisch ausgelesen
- Diode wird ermittelt, bei der Bildpunkt einen Schwellwert überschreitet
- Hierdurch ist nur ein Wert pro Messzyklus aufzuzeichnen.
- Die Erfassung schnellerer Bewegungen wird durch die Kamerafrequenz limitiert.

- Messung mit Lateraldiode

Aufgrund der kompakten Bauweise, der mittlerweile hohen Empfindlichkeit und des geringen Preises spielen heute vor allem Lateraldioden eine besondere Rolle.

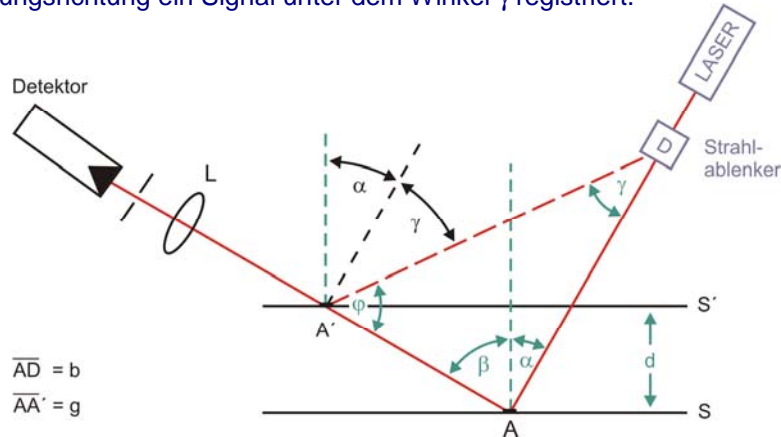
- Die gemessenen Photoströme I_1 und I_2 werden von den zurückgelegten Wegen, die die erzeugten Ladungsträger vom Entstehungsort (Lichteinfall) zu den jeweiligen Elektroden zurückzulegen haben, bestimmt.



- Aus den Strömen lässt sich damit auf den Auftreffpunkt des Lichtes auf die Diode schließen.
- **Besonderer Vorteil:** Der Schwerpunkt des Lichtflecks wird gemessen und schnellere Bewegungen lassen sich erfassen.

• **Feste Beobachtungs- und bewegliche Einstrahlrichtung**

Der Laser wird in seiner Einfallsrichtung abgelenkt, und abhängig von der Position der Messoberfläche wird unter einer festen Beobachtungsrichtung ein Signal unter dem Winkel γ registriert.



- **Zur Berechnung der Verschiebung**

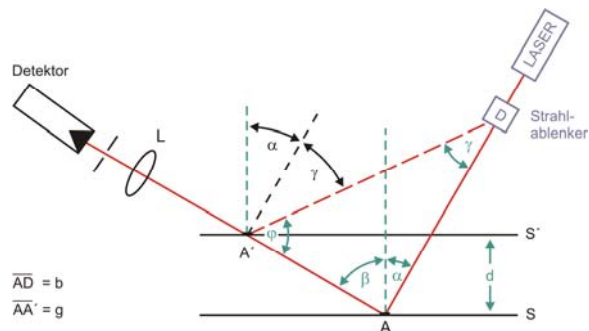
Eine Verschiebung der Messebene um d wird jetzt über den Ablenk-
winkel γ erfasst, unter dem die Auftreffpunkte A und A' einzusehen
sind.

Für d als Funktion von γ ergibt sich:

$$d = \frac{b \cdot \cos \beta \cdot \sin \gamma}{\sin(\alpha + \beta + \gamma)}$$

Sonderfall $\alpha + \beta = 90^\circ$.

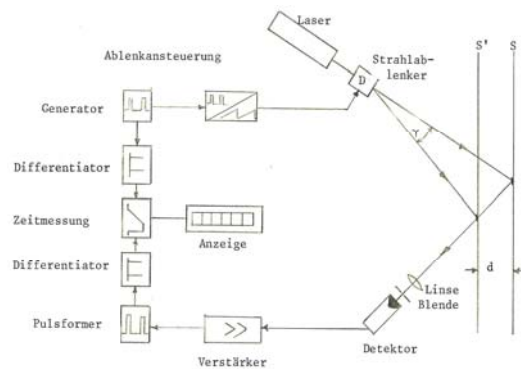
$$d = b \cdot \cos \beta \cdot \tan \gamma$$



- Messung der Verschiebung

Bei der Messung wird nur ein enger Beobachtungswinkel β zugelassen, unter dem die Auftreffpunkte A und A' einzusehen sind.

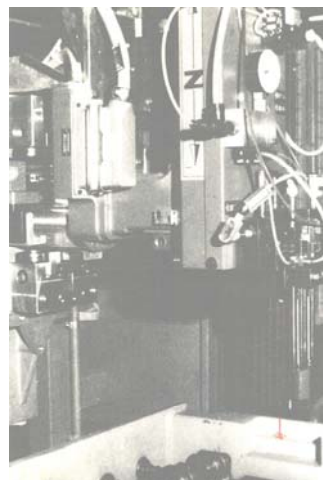
- Der Lichtablenker D durchfährt periodisch einen Winkelbereich γ_0 .
- Beim Start beginnt eine Zeitmessung, die gestoppt wird, wenn der Detektor einen Lichtpuls registriert.
- Durch Flankentriggerung auf die Start- und Stopppulse kann die Messgenauigkeit erheblich gesteigert werden.



6.2 Anwendungen

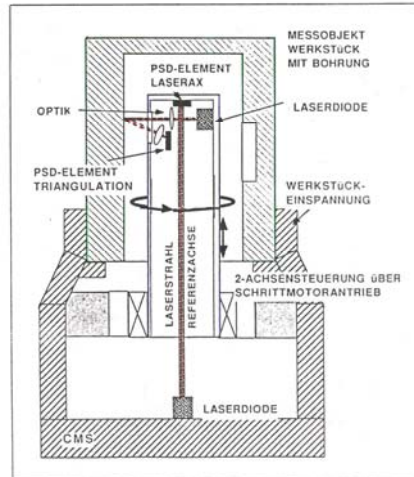
a) Abtastung von Oberflächen zur Formerkennung

- Kanten und Oberflächenprofile können vermessen werden.
- Für Roboter können Abstände und Formen zur Orientierung erfasst werden.
- Fertigungstoleranzen können während der Fertigung oder unmittelbar danach mit einer Genauigkeit im μm -Bereich ermittelt werden.



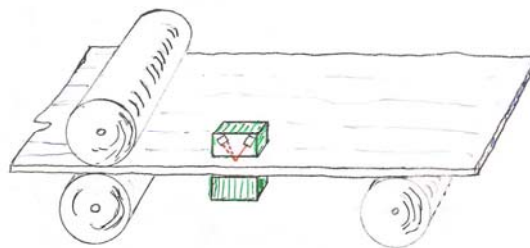
b) Vermessung von Motorenzylindern

- Die komplette Zylinderbohrung eines Motors mit Innenprofil, Ventileinlässen und Durchbrüchen wird innerhalb einer Sekunde ermittelt und abgespeichert.
- Ein Laser bildet die Referenzstrahlachse für den sich drehenden Triangulationsmesser. Abweichungen und Unwuchten werden über einen Positionstrahldetektor (PSD) erfasst.
- Die Messung erfolgt mit einer Genauigkeit im μm -Bereich.



Funktionsprinzip Laserax, Schematische Darstellung

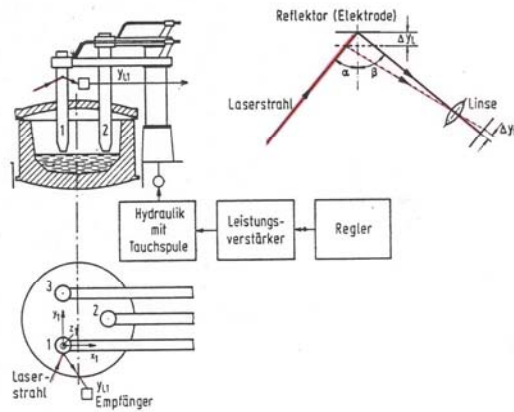
c) Dickenmessung von Papier und Walzblechen



- Zwei Triangulations-Messsysteme werden eingesetzt, um ein Werkstück oder Produkt von zwei Seiten zu erfassen.
- Messungen an heißen und schnell beweglichen Oberflächen sind möglich.
- Eine direkte Überwachung und Nachsteuerung der Blech- oder Papierdicke während des Herstellungsprozesses ist möglich.

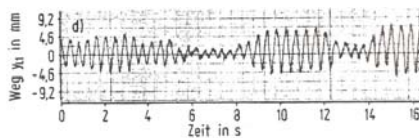
d) Messung an Lichtbogenöfen

- Lichtbogenöfen zum Einschmelzen von Schrott und Stahl (Anschlussleistungen von einigen 100 MW) zeigen Eigenschwingungen mit starken Rückwirkungen auf das Versorgungsnetz.
- Direkte Messungen zu den Schwingungen an den Graphitelektroden geben Aufschluss über die Ursachen und ermöglichen deren Behebung.



Messung an Lichtbogenöfen

- Mit einem Laser-Triangulations-system kann direkt an den stark verrußten und im unteren Teil weiß glühenden Elektroden gemessen werden.
- Messungen aus einem Abstand von 15 m sind mit einer Genauigkeit von unter 100 µm möglich.



7. Laseranemometrie

In den zurückliegenden Kapiteln wurden Längen- und Abstandsänderungen über interferometrische oder Triangulationsmessverfahren behandelt.

Wird eine Längenänderung pro Zeiteinheit erfasst, entspricht dies einer Geschwindigkeitsmessung. So treten beim Verschieben eines Interferometer-Spiegels mit der Geschwindigkeit v die Interferenzmaxima am Detektor mit einer Frequenz $f = 2 \cdot v / \lambda$ auf, da für die Verschiebung um $\lambda/2$ die Zeit $T = 1/f$ benötigt wird.

Für eine Wellenlänge von 633 nm und eine Zählfrequenz von 1 kHz ergibt sich eine Geschwindigkeit von 0,3 mm/s.

Eine äquivalente Deutung ist, dass Licht am bewegten Spiegel eine Dopplerverschiebung von $f_D = 2 \cdot v / \lambda$ erfährt und am Detektor mit dem Referenzstrahl gemischt wird. Als Signal aus der Überlagerung ergibt sich dann die Schwebungsfrequenz, die gleich der Dopplerverschiebung ist.

- Die Deutung einer Längen- oder Geschwindigkeitsmessung kann immer entweder interferometrisch oder über den Dopplereffekt erfolgen.
- In diesem Kapitel wird die diffuse Rückstreuung von einer rauen Oberfläche, oder von kleinsten Partikeln in einer Flüssigkeit oder einem Gas ausgenutzt.
- Die hier vorgestellten Verfahren haben gegenüber anderen Messprinzipien die **Vorteile**, dass sie
 - berührungslos sind,
 - keine Rückwirkungen auf die Strömung selber haben,
 - durch Fenster in geschlossenen Rohren gemessen werden kann,
 - Flüssigkeiten oder Gase hohe Temperaturen besitzen können und
 - eine hohe räumliche Auflösung gegeben ist.

7.1 Grundlagen des Messverfahrens

Grundlage für die Geschwindigkeitsmessung ist die Streuung von Licht an Inhomogenitäten.

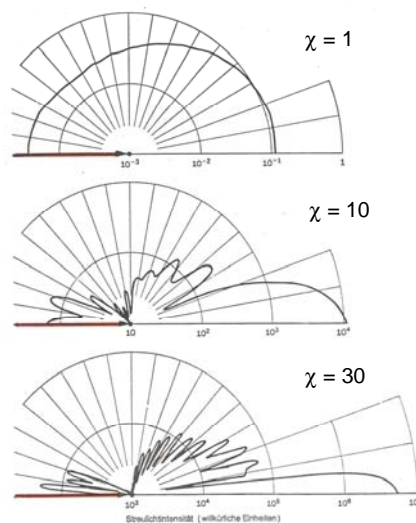
Streuzentren können sein:

- raue Oberflächen,
- kleine Fremdpartikel in Gasen oder Flüssigkeiten und
- kleinste Bläschen in Flüssigkeiten.

Vorteilhaft sind Streuzentren, die klein genug sind, um der Strömung einer Flüssigkeit oder eines Gases trägheitslos zu folgen, aber groß genug sind, um eine ausreichende Rückstreuung zu liefern.

Für Teilchen mit $2a > \lambda$ (a – Teilchenradius) gilt die Mie-Streuung.

Mie-Streuung

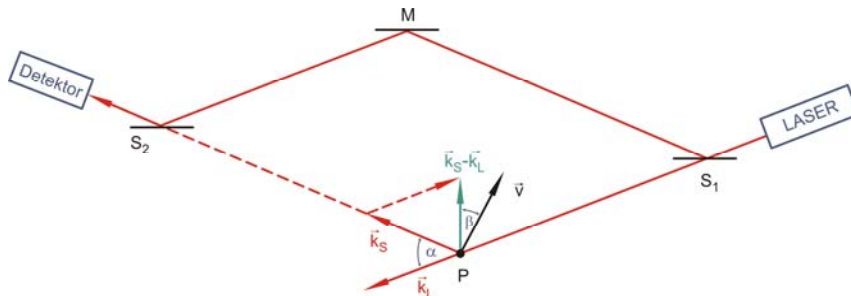


Die Streucharakteristik in Richtung und Größe hängt nur vom Verhältnis der Teilchendurchmesser $2a$ zur Wellenlänge λ ab und wird über den Mie-Parameter $\chi = 2\pi a/\lambda$ ausgedrückt.

Mit zunehmender Teilchengröße nimmt die Vorwärtsstreuung rasch zu und steigt im Mittel mit a^2 an.

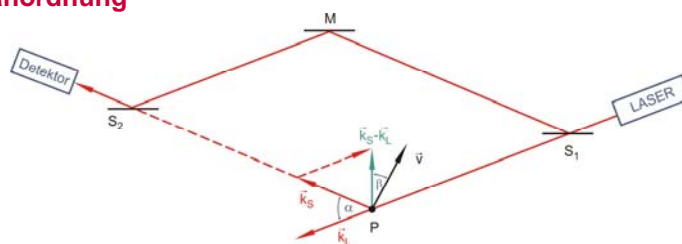
Teilchen mit wenigen μm Durchmesser zeigen noch ausreichende Rückstreuung und folgen einer Gas- oder Flüssigkeitsströmung noch trägheitslos.

Grundlegende Messanordnung



- Streupartikel P bewegt sich mit Geschwindigkeit \vec{v}
- Streulicht unter dem Winkel α (Detektor-Richtung) wird frequenzverschoben
- an Detektor wird Streulicht mit Referenzstrahl überlagert
- der Detektor misst die Differenzfrequenz von gestreutem und Referenzlicht

Messanordnung



Die Dopplerverschiebung für Licht, das unter dem Winkel α an einem Teilchen mit der Geschwindigkeit \vec{v} gestreut wird, ist:

$$f_D = \frac{1}{2\pi} (\vec{k}_S - \vec{k}_L) \cdot \vec{v}$$

und setzt sich zusammen aus der Verschiebung, die ein bewegter Beobachter auf dem Teilchen sieht ($f_b = \vec{k}_L \cdot \vec{v} / 2\pi$), und der Verschiebung für einen festen Beobachter ($f_f = \vec{k}_S \cdot \vec{v} / 2\pi$), der ein Teilchen mit der abgestrahlten Frequenz $f_0 - f_b$ unter dem Streuwinkel α sieht.

Berechnung der Frequenzverschiebung

Mit $|\vec{k}_L| = |\vec{k}_S|$ ergibt sich für die Differenz:

$$|\vec{k}_S - \vec{k}_L| = 2|\vec{k}_L| \sin \frac{\alpha}{2}$$

und damit für die Differenzfrequenz zwischen einfallendem und gestreutem Licht:

$$f_D = \frac{2n\nu}{\lambda_L} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \beta$$

λ_L – Vakuumwellenlänge ,

ν – Betrag der Geschwindigkeitskomponente in der von \vec{k}_L und \vec{k}_S aufgespannten Ebene

β – Winkel zwischen $\vec{k}_S - \vec{k}_L$ und $\vec{\nu}$

Anmerkungen

- Um die Geschwindigkeitsrichtung zu erfassen, ist ein Heterodynverfahren vorzusehen, bei dem der Referenzstrahl frequenzverschoben wird z.B. durch akustooptischen Modulator.
- Durch die Wahl von α wird f_D in einen messtechnisch günstigen Bereich gelegt.
- Da Einfall- und Beobachtungsstrahl einen endlichen Öffnungswinkel haben, ist die Differenz von \vec{k}_L und \vec{k}_S mit entsprechender Unschärfe behaftet.
- Die Öffnungswinkel sind daher zu begrenzen, um eine Frequenzmessung nicht zu ungenau werden zu lassen.

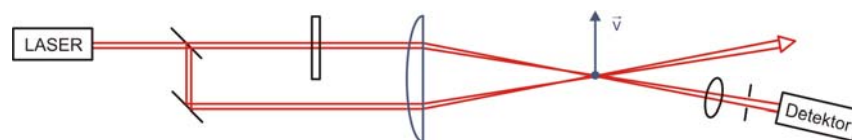
7.2 Messverfahren

Für praktische Messungen sind i.w. zwei Messanordnungen zu unterscheiden:

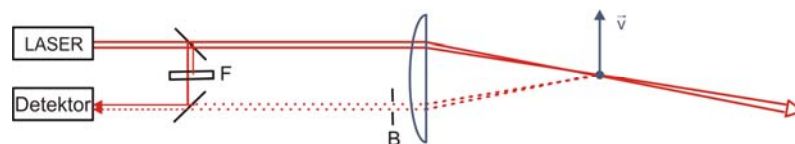
- Referenzstrahlmethode
- Differenz-Doppler-Verfahren

- Referenzstrahlmethode:

Sie entspricht prinzipiell der zuvor betrachteten Anordnung, wird nur kompakter und gegen Erschütterungen unempfindlicher aufgebaut.



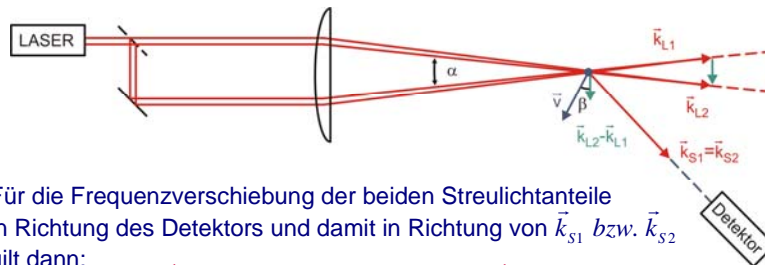
Beobachtung in Vorwärtsrichtung: vorteilhaft bei kleinen Streusignalen



Beobachtung in Rückwärtsrichtung: Einsatz bei undurchsichtigen Oberflächen
F- Filter zur Anpassung der Intensität; B – Blende zur Begrenzung des Streuwinkels

– **Differenz-Dopplerverfahren:**

Zwei parallele Strahlen werden über Linse auf ein gemeinsames Volumen fokussiert und schneiden sich unter dem Winkel α .



Für die Frequenzverschiebung der beiden Streulichtanteile in Richtung des Detektors und damit in Richtung von \vec{k}_{S1} bzw. \vec{k}_{S2} gilt dann:

$$f_{D1} = \frac{1}{2\pi} (\vec{k}_{S1} - \vec{k}_{L1}) \cdot \vec{v} \quad \text{und} \quad f_{D2} = \frac{1}{2\pi} (\vec{k}_{S2} - \vec{k}_{L2}) \cdot \vec{v}$$

Da $\vec{k}_{S1} = \vec{k}_{S2}$ gilt:

$$f_D = f_{D1} - f_{D2} = \frac{1}{2\pi} (\vec{k}_{L2} - \vec{k}_{L1}) \cdot \vec{v} = \frac{2nV}{\lambda_L} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \beta$$

Anmerkung

- In der Berechnung für die Dopplerverschiebung kommen die Streuwinkel, unter denen das Licht zu den einfallenden Strahlen beobachtet wird, nicht mehr vor.

Stattdessen tritt der Schnittwinkel α der zwei Strahlen auf.

Er tritt an die Stelle der Streuwinkel. Damit ergibt sich gleicher Ausdruck wie bei Referenzstrahlmethode.

- Unabhängig von der Beobachtungsrichtung wird stets die gleiche Frequenz gemessen.

Damit kann ein großer Öffnungswinkel am Detektor gewählt werden, ohne dass die Dopplerfrequenz verschmiert und damit die Geschwindigkeitsauflösung verschlechtert wird.

Sie wird jetzt begrenzt durch die Öffnungswinkel der zwei Strahlen, die in ihrem Schnittbereich gleichzeitig das Messvolumen definieren.

Deutung im Interferenzbild

Wie die Referenzmethode kann auch das Doppler-Differenzverfahren interferometrisch gedeutet werden.

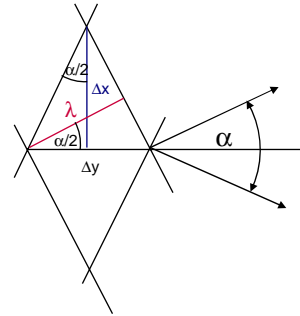
Zwei Strahlen, die sich unter dem Winkel α schneiden, führen zu einem Interferenzstreifensystem mit dem Abstand Δx . Wegen:

$$\Delta y = \frac{\lambda}{\cos \alpha / 2}$$

gilt

$$\Delta x = \frac{\Delta y}{2 \tan \alpha / 2} = \frac{\lambda}{2 \tan \alpha / 2 \cdot \cos \alpha / 2}$$

$$= \frac{\lambda}{2 \sin \alpha / 2}$$



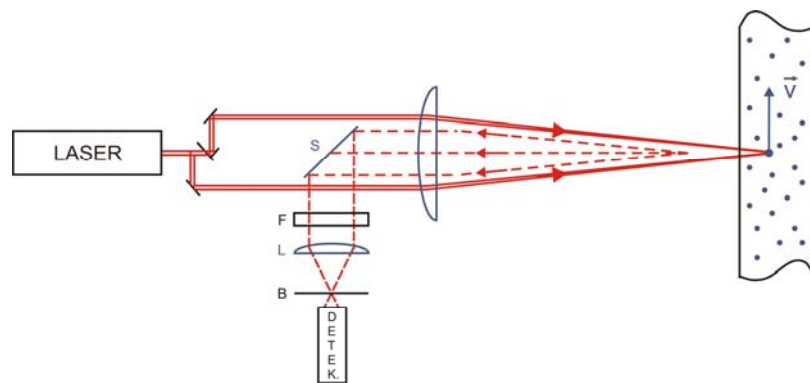
Bewegt sich ein Streuteilchen mit der Geschwindigkeit v unter dem Winkel β zum Streifensystem, wird von ihm nur Licht beim Durchlaufen der Maxima gestreut.

Ein Detektor empfängt damit Streulicht mit der Frequenz

$$f_i = \frac{v}{\Delta x} \cos \beta = \frac{2n v}{\lambda_L} \sin \frac{\alpha}{2} \cos \beta$$



Differenz-Dopplerverfahren in Rückstreurichtung



F – Interferenzfilter zur Unterdrückung von Fremdlicht

L – Linse zur Abbildung auf eine Blende B

B – Blende zur räumlichen Filterung und Definition des Beobachtungsvolumens



7.3 Anwendungen

Bevorzugte Einsatzgebiete liegen dort, wo berührungslose Messungen und Verfahren mit hoher räumlicher Auflösung vorteilhaft sind.

- **Vermessen des Strömungsfeldes in der Austrittsebene einer Triebwerkskammer.**

Die Messungen erfolgen an 1000°C heißen Gasen, die mit Geschwindigkeiten bis zu 150 m/s aus den Mischdüsen austreten. Die räumliche Auflösung beträgt einige Zehntel mm³.

- **Vermessung der Strömung um Tragflächen von Flugzeugen.**

- **Messung der Strömungen um einen Schiffsrumpf.**

Von besonderer Bedeutung ist die Messung um das Heck und z.T. im Schraubenbereich.

- **Geschwindigkeitsmessung von schnellbewegten Blechen oder Papierbändern.**