Hermann Harde März, 2021

Rechnungen zu COVID-19 mit dem SIR-Modell

Vorbemerkungen

Am Anfang einer Epidemie tritt typischerweise eine exponentielle Verbreitung einer Krankheit oder Infektion auf und führt dazu, dass Krankenhäuser schnell überlastet werden können. Das Wachstum hängt dabei wesentlich von der Übertragungsrate und der Dauer einer Infektion ab.

Um die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Corona zu reduzieren, kam es deshalb in fast allen Ländern der Welt zu mehr oder weniger radikalen Maßnahmen wie etwa Maskenpflicht, Kontaktbeschränkungen, Ausgangssperren oder sogar totalen Lock-Downs. Um dabei möglichst richtige Entscheidungen während einer Epidemie oder sogar Pandemie treffen zu können, helfen mathematische Modelle, um das exponentielle Wachstum unter dem Einfluss von sich selbst begrenzenden Prozessen und zusätzlichen Maßnahmen zu verstehen. Auch das Robert-Koch-Institut verwendet Computer-Modelle für Grippesimulationen und jetzt auch für COVID-19. Hiermit lassen sich z.B. Fragen der Art beantworten:

- Wie hoch wird die Zahl der gleichzeitig Infizierten maximal sein und wann wird das sein?
- Wie hoch wird der Anteil der Bevölkerung sein, der sich im schlimmsten Fall ansteckt?
- Was können sinnvolle Maßnahmen sein, um die Ausbreitung zu reduzieren?
- Was kann eine Impfung der Bevölkerung bewirken und welche Impfbereitschaft ist hierzu erforderlich?
- Wie viele Tote werden zu beklagen sein abhängig von den ergriffenen Maßnahmen?

Erste mathematische Modelle gehen auf die Arbeiten von Ogilvy Kermack und Anderson Gray McKandrick zurück, die bereits 1927 das *Susceptible-Infected-Removed Model* (SIR-Modell) entwickelt hatten, das seinen Nahmen ableitet aus der Gruppeneinteilung der Population in **Suszeptible** (S), also Ansteckbare, **Infizierte** (I) und den nach dem Infektionsgeschehen **Resistenten** (R). Sie konnten damit trotz des vergleichsweise einfachen Modells gut die Daten einer Pestepidemie in Bombay 1905/06 modellieren.

Die folgenden Betrachtungen gehen von dem Basis-SIR-Modell aus, das für die Simulation der COVID-19 Pandemie herangezogen werden kann, das aber um einige Funktionen und Berechnungen erweitert wurde. Hierzu zählt:

- Berücksichtigung der Sterberate und Anzeige der Gesamtzahl von Verstorbenen zu Ende des Berechnungszeitraums,
- Berücksichtigung von Impfungen unter dem Einfluss der Impfbereitschaft der Bevölkerung,
- Lockdown-Simulation mit veränderter Infektionsrate,
- Simulation von Virusmutationen mit veränderter Infektions- oder Inkubationszeit.

Grundlagen des Modells

Beim SIR-Modell gibt es drei Gruppen, in die die Bevölkerung unterteilt wird:

- **Suszeptible S(t)** - hier als **Ansteckbare A(t)** bezeichnet -, die zum Zeitpunkt t gesund aber nicht immun sind,
- **Infizierte I(t)**, die über die Infektionsdauer ansteckend sind und den Virus weiter geben können, sowie
- **Resistente R(t)**, die mittlerweile gegen die Krankheit immun sind.

Dabei wird vorausgesetzt, dass:

- jedes Individuum von einem Erreger nur einmal infiziert werden kann und danach entweder immun oder verstorben ist,
- dass Infizierte sofort ansteckend sind und dass
- Infektions-, Heilungs-, Impf- und Sterberaten über den betrachteten Zeitraum als jeweils konstant angenommen werden.

Um die nachfolgenden Bilanzgleichungen, die das Infektionsgeschehen mathematisch abbilden sollen, besser zu verstehen, gehen wir zunächst von dem einfachsten Fall aus.

Rein exponentielles Wachstum:

Ein Infizierter steckt in 1 Woche im Mittel 2 neue Personen an. Die Neu-Infizierten ihrerseits stecken mit gleicher Wahrscheinlichkeit weitere bisher nicht infizierte Personen an. Wenn alle infektiös bleiben, steigt die Zahl der Infizierten, ausgehend von einer einzelnen Infektion zum Zeitpunkt t = 0, also I(0) = 1, über ein Zeitintervall Δt von jeweils einer Woche an:

Start: I(0) = 1,

1. Woche: I(1W) = I(0) + 2 = 3,
2. Woche: I(2W) = I(1W) + 2*I(1W) = (1+2)*I(1W) = 3*3 = 9,
3. Woche: I(3W) = I(2W) + 2*I(2W) = 3*I(2W) = 3*9 = 27,

...

20.Woche: I(20W) = I(19W) + 2*I(19W) = 3*I(19W) = 3*1,162 Mrd = 3,487 Mrd Gesamtinfizierte.

Dies ist das Bildungsgesetz eines exponentiellen Anstiegs. Nach 20 Wochen ist also bereits fast die halbe Weltbevölkerung angesteckt.

Die Infektions- oder Ansteckungsrate bezeichnen wir allgemein mit α. Bei zwei weiteren Neuansteckungen pro Woche durch einen bereits Infizierten ist die Infektionsrate also α = 2/Woche = 0,286/Tag. In den betrachteten zeitlichen Abständen von jeweils Δt = 1 Woche ergibt sich aus der Bilanz zum Zeitpunkt t_n für die Bilanz zum Zeitpunkt t_{n+1} damit:

$$I(t_{n+1}) = I(t_n + \Delta t) = I(t_n) + \alpha \cdot I(t_n) \cdot \Delta t \tag{1}$$

Diese Gleichung gibt bereits den numerischen Berechnungsmodus vor, der sich eignet, um aus einem Anfangswert schrittweise die Infektionszahl zu einem späteren Zeitpunkt t zu ermitteln. Die Änderung von Infektionen über den Zeitraum Δt von t_n zu t_{n+1} bezeichnen wir als $\Delta I(t_n) = I(t_{n+1}) - I(t_n)$. Damit folgt entsprechend Gl.(1):

$$\frac{\Delta I(t_n)}{\Delta t} = \alpha \cdot I(t_n) . \tag{2}$$

Für infinitesimal kleine Zeitschritte mit $\Delta t \to dt$ und $\Delta I \to dI$ wird hieraus eine einfache Differentialgleichung der Form

$$\frac{dI(t)}{dt} = \alpha \cdot I(t) , \tag{3}$$

deren Lösung eine Exponentialfunktion zur Basis der natürlichen Zahl e =2,71 ist:

$$I(t) = I(0) \cdot e^{\alpha \cdot t} . \tag{4}$$

Wachstum bei begrenzter Infektionsdauer

Da glücklicherweise ein Infizierter nach einer endlichen Zeit, die normal von der Krankheit und dem Krankheitsverlauf bestimmt wird, nicht mehr ansteckend ist und als resistent oder verstorben einzustufen ist, schwächt sich durch die erworbene Immunität die Epidemie in zweifacher Hinsicht deutlich ab. Ein erster Aspekt ist dabei, dass beispielsweise bei einer Infektionsdauer von 1 Woche ein Infizierter während dieser Zeit 2 neue Personen angesteckt hat, selber aber nach der Genesung nicht weiter ansteckend ist. Mit der Anfangsbedingung I(0) = 1 gilt dann in Abwandlung des obigen Beispiels:

I(0) = 1

1. Woche: I(1W) = I(0) + (2-1)*I(0) = 2,
2. Woche: I(2W) = I(1W) + (2-1)*I(1W) = 4,
3. Woche: I(3W) = I(2W) + (2-1)*I(2W) = 8,

...

20. Woche: I(20W) = I(19W) + (2-1)*I(19W) = 1,049 Mio.

Hieraus folgt zwar immer noch ein exponentieller Anstieg, aber nicht mehr so dramatisch wie im vorherigen Fall ohne begrenzte Infektionsübertragung. Der reziproke Wert der Infektionsdauer wird als Heilungsrate oder Genesungsrate bezeichnet und mit β abgekürzt. In diesem Beispiel ist β = 1/Woche = 0,143/Tag. Hiermit lässt sich also in Analogie zu Gl.(2) die Zu- oder Abnahme von Infektionen über das Intervall Δt allgemein schreiben als:

$$\frac{\Delta I(t_n)}{\Delta t} = \alpha \cdot I(t_n) - \beta \cdot I(t_n) \, . \tag{5}$$

Es gibt also eine Zuwachsrate, beschrieben durch $\alpha \cdot I(t)$, und eine Abklingrate $\beta \cdot I(t)$, beide proportional zur aktuellen Zahl von Infektionen. Wenn $\alpha = \beta$ wird, ist die Bilanz gleich Null, und es tritt keine Änderung über die Zeit auf.

Das Verhältnis von α zu β wird als Basis-Reproduktionsrate oder R_0-Wert bezeichnet mit

$$R_0 = \frac{\alpha}{\beta} \, . \tag{6}$$

Dieser Wert wird oft als Kennzahl für die Ausbreitung einer Epidemie herangezogen. Für $R_0 = 1$ zeigt sich also keine weitere Verbreitung einer Epidemie.

Ein zweiter wesentlicher Aspekt für eine sich selbst begrenzende Verbreitung von Infektionen ist, dass nach einer Genesung eine Person i.A. nicht erneut angesteckt wird und sich damit die Zahl von Ansteckbaren A(t) reduziert. Im gleichen Maße steigt die Zahl der Resistenten R(t) an. In der Bilanz für die Infizierten macht sich das in einer modifizierten Infektionsrate α' bemerkbar, die mit dem Verhältnis von Ansteckbaren A(t) zur Gesamtbevölkerung N(t) abnimmt als $\alpha' = \alpha \cdot A(t)/N(t)$. Damit verändert sich die Zu- oder Abnahme von Infizierten in Abwandlung von Gl.(5) zu:

$$\frac{\Delta I(t_n)}{\Delta t} = \alpha \cdot \frac{A(t_n)}{N(t_n)} \cdot I(t_n) - \beta \cdot I(t_n) \, . \tag{7}$$

Im gleichen Maße, wie Infektionen pro Zeitinkrement zunehmen und durch den 1. Term auf der rechten Seite von Gl.(7) beschrieben werden, nimmt die Zahl der Ansteckbaren entsprechend ab. $A(t_n)$ ist also keine Konstante, und auch $N(t_n)$ ändert sich mit der Zeit durch die Verstorbenen. Aber die Abnahme von Ansteckbaren pro Zeitschritt muss gleich der Zunahmerate der Infizierten über diese Zeit sein. Damit folgt als zweite wesentliche Bilanz für $A(t_n)$:

$$\frac{\Delta A(t_n)}{\Delta t} = -\alpha \cdot \frac{I(t_n)}{N(t_n)} \cdot A(t_n) \, . \tag{8}$$

Schließlich ist zu berücksichtigen, dass die Zahl der Resistenten $R(t_n)$ mit der Zahl von Infizierten, die erfolgreich eine Infektion überstanden haben, anwächst. Das heißt, R(t) nimmt proportional mit $\beta \cdot I(t)$ zu, ist aber um die Zahl von Verstorbenen zu korrigieren. Mit einer Sterberate γ durch Corona-Infektion ergibt sich damit für die Bilanz der Resistenten:

$$\frac{\Delta R(t_n)}{\Delta t} = \beta \cdot I(t_n) - \gamma \cdot I(t_n) \, . \tag{9}$$

Des Weiteren gilt als Randbedingung für die Gesamtbevölkerung $N(t_n)$:

$$N(t_n) = A(t_n) + I(t_n) + R(t_n) \, . \tag{10}$$

Die Bilanzgleichungen (7), (8) und (9) bilden zusammen mit der Randbedingung (10) ein linear gekoppeltes Gleichungssystem, das Schritt für Schritt für Zeitabstände Δt für die drei Gruppen gelöst werden kann. Für differenzielle Zeitschritte dt sprechen wir von einem linear gekoppelten Differentialgleichungssystem.

Einfluss von Impfungen

Als Erweiterung des SIR- oder AIR-Modells betrachten wir die Auswirkungen einer Impfung. Hierfür wird angenommen, dass eine geimpfte Person nicht mehr infiziert wird. Mit einer Impfrate δ, die sich auf die Gesamtbevölkerung bezieht, und mit einer Wirksamkeit einer einzelnen Impfung von ε ergibt sich für die Abnahme der Ansteckbaren

$$\frac{\Delta A(t_n)}{\Delta t} = -\alpha \cdot \frac{I(t_n)}{N(t_n)} \cdot A(t_n) - \delta \cdot \varepsilon \cdot N(t_n) \, . \tag{11}$$

In gleicher Weise, wie die Zahl von Ansteckbaren abnimmt, steigt die Zahl der Resistenten an, und Gl.(9) ist zu ersetzen durch

$$\frac{\Delta R(t_n)}{\Delta t} = (\beta - \gamma) \cdot I(t_n) + \delta \cdot \varepsilon \cdot N(t_n) \, . \tag{12}$$

Damit steht für die Berechnung der COVID-19 Pandemie ein gekoppeltes Raten-Gleichungssystem zur Verfügung, das in Zeitschritten von $\Delta t = 0{,}1$ Tagen mit Hilfe eines Excel-Tabellen-Programms für die drei Kategorien:

- **Ansteckbare A(t)** bzw. Suszeptible,
- **Infizierte I(t)** und
- **Resistente R(t)**

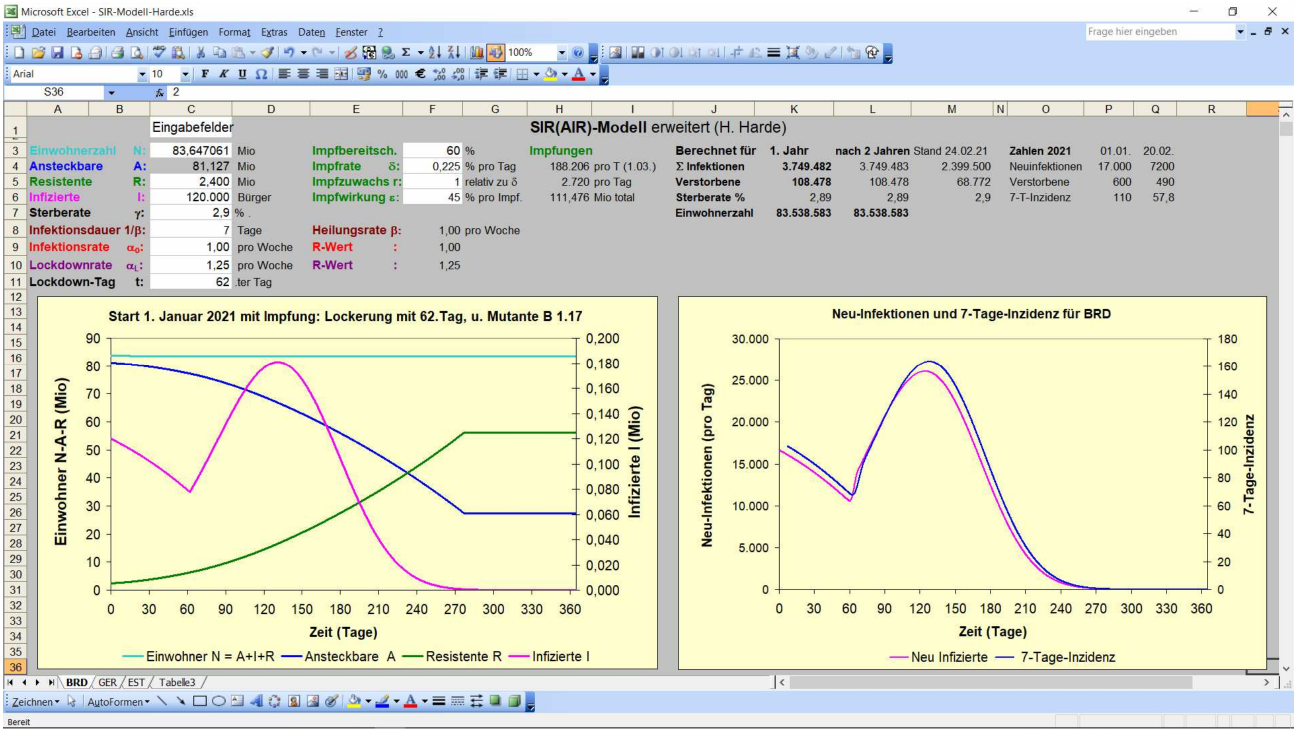
über einen Entwicklungszeitraum von 2 Jahre gelöst werden kann. Die wesentlichen Parameter hierbei sind die:

- **Infektionsrate** α,
- **Heilungsrate** β bzw. **Infektionsdauer 1/**β,
- **Sterberate** γ,
- **Impfrate** δ **und Effektivität** ε.

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta A(t_n)}{\Delta t} &= -\alpha \cdot \frac{I(t_n)}{N(t_n)} \cdot A(t_n) - \delta \cdot \varepsilon \cdot N(t_n) \\
\frac{\Delta I(t_n)}{\Delta t} &= \alpha \cdot \frac{A(t_n)}{N(t_n)} \cdot I(t_n) - \beta \cdot I(t_n) \quad . \\
\frac{\Delta R(t_n)}{\Delta t} &= (\beta - \gamma) \cdot I(t_n) + \delta \cdot \varepsilon \cdot N(t_n)
\end{aligned} \tag{13}$$

Excel-Programm

Die Eingabe- und Ausgabefelder für die Berechnung mit Excel sind im oberen Teil der Seite zusammengestellt (Screen-Shot). Eingabefelder sind weiß hinterlegt, Ausgabefelder grau gehalten und sollten nicht überschrieben werden.



Die linke Graphik zeigt den Verlauf für die drei Gruppen Ansteckbare A (Blau), Infizierte I (Rosa) und Resistente (Grün) über ein Jahr. Die Gesamt-Einwohnerzahl N = A+I+R, die sich durch Corona-Todesfälle über den berechneten Zeitraum verändern kann, ist ebenfalls aufgeführt (Aquamarin). Für die Ansteckbaren, Resistenten und die Gesamtzahl gilt die linke Ordinate in Einheiten von Mio. Einwohnern, für die Infizierten die rechte Ordinate (ebenfalls in Mio), die sich der Maximalzahl anpasst und eine höhere Auflösung ermöglicht.

Die rechte Graphik gibt die berechneten Neu-Infektionen pro Tag (gleitendes 4-Tage-Mittel) wieder (Rosa, linke Ordinate), die 7-Tage-Inzidenz (Blau) ist an der rechten Ordinate ablesbar. Beide Skalen geben direkt die Personenzahl an.

Parameter-Eingabe: Für eine Neuberechnung sind jeweils die Startwerte und Parametern einzugeben oder zu verändern.

Wichtig: Wird die deutsche Version für die Anzeige von Dezimal-Trennzeichen als Kommata und für die 1.000er Trennzeichen als Punkte bevorzugt, ist die entsprechende Einstellung auf der Kopfleiste des Excel-Files unter *Extras > Optionen > Internati-onal* vorzunehmen. Wird die amerikanische Trennung bevorzugt, ist entsprechend umgekehrt vorzugehen.

Startwerte: Hierzu zählt die **Einwohnerzahl** und die Zahl von **Resistenten**, die jeweils in Einheiten von Mio. einzugeben sind. Die Eingabefelder befinden sich rechts davon und sind weiß. Die Anfangs-**Infiziertenzahl** wird direkt eingegeben und hieraus zusammen mit der Einwohnerzahl und den Resistenten die Zahl von **Ansteckbaren** berechnet, die in Einheiten von Mio. angezeigt werden (Feld C4).

Sterberate γ: Aufgrund der Altersstruktur ist die Sterberate in Deutschland trotz einer vorbildlichen Krankenversorgung und klinischen Ausstattung mit γ = 2,9 % vergleichsweise hoch (siehe Spalte M mit Stand vom 24. Februar). Zum Vergleich beträgt sie für Estland derzeit nur 0,9 %. Ein weiterer Grund ist sicher die statistische Erhebung, bei der durch das Robert Koch Institut nicht bei Sterbefällen durch und mit Corona unterschieden wird. Schweden zeigt derzeit eine 70x niedrigere Sterberate.

Infektionsdauer 1/β: Für die Rechnungen wird angenommen, dass ein Infizierter gleich ansteckend über den Krankheitsverlauf ist. In der Realität ist ein COVID-19 Infizierter allerdings in den ersten Tagen nach seiner eigenen Infektion besonders ansteckend mit dem Höhepunkt am Tag unmittelbar vor dem Auftreten der Symptome. Dies erstreckt sich im Mittel über 5 Tage. In der zweiten Woche ist er dagegen kaum noch ansteckend, auch wenn er sich dann oft erst richtig krank fühlt. Deswegen erscheint es sinnvoll, für die Rechnungen eine Infektionsdauer von 7 Tagen zugrunde zu legen, während der alle Ansteckungen erfolgen. Die 2. Woche kann hinsichtlich einer weiteren Infizierung weitgehend vernachlässigt werden. Die entsprechende **Heilungsrate β** wird pro Woche angezeigt.

Infektionsrate α: Der zweite und vielleicht wichtigste Parameter, der maßgeblich den Epidemieverlauf bestimmt, kann wesentlich von den Menschen beeinflusst werden durch die Begrenzung von Kontakten, durch Schutzmaßnahmen und Hygienekonzepte. Es gibt zwei Infektionsraten, einen Wert α_0, der für den Start der Rechnung vom Tag 0 an wirkt, und eine **Lockdownrate α_L**, die ab dem eingegebenen **Lockdowntag** vorgegeben werden kann. Hierdurch lässt sich simulieren, wie der Pandemieverlauf durch Einschränkungen beeinflusst wird, aber auch, wie sich für $\alpha_L > \alpha_0$ Lockerungen akzeptabel oder verstärkt negativ auf den Verlauf auswirken. Ebenso lässt sich die Auswirkung von Viren-Modifikationen (B 1.17) so simulieren.

Reproduktionswert R_0: Das Verhältnis von Infektionsrate zu Heilungsrate wird als Basis-Reproduktions-Wert $R_0 = \alpha/\beta$ bezeichnet. Er gibt die Zahl von Neuinfektionen an, die im Mittel durch einen Infizierten über die Infektionsdauer verursacht werden. Für $R_0 > 1$ breitet sich eine Epidemie aus, für $R_0 = 1$ bleibt die Zahl von Infektionen annähernd konstant, und für $R_0 < 1$ nehmen die Infektionen ab. Die R-Werte vor und während eines Lockdowns werden angezeigt.

Impfbereitschaft: Derzeit wird die Impfbereitschaft in Deutschland auf ca. 60-70% geschätzt. Sie hatte bisher noch keinen Einfluss auf die Zahl der durchgeführten Impfungen. Erst wenn die Gesamtzahl von Impfungen (einschließlich 2. Impfung und Wirkungsgrad) die Zahl der Impfbereiten erreicht hat, wird der letzte Term in Gl.(13) zu Null.

Impfrate δ: Die Zahl der Impfungen wurde in der Startphase hauptsächlich durch die Produktionskapazitäten der Pharmakonzerne und die Bereitstellung von Impfstoff vorgegeben. Sie ist seit Jahresbeginn fast kontinuierlich von 25.000 auf mittlerweile 188.200 pro Tag angestiegen (1. März). Letztere entspricht einer Impfrate von δ = 0,225 %/Tag der Bevölkerung und wird in Feld H4 angezeigt. Sie dient für eine weitere Steigerung der Impfraten als Bezugsgröße in den Rechnungen.

Impf-Zuwachsrate r: Für eine weiterhin gleich hohe Impfrate, wie sie am 1. März erreicht wurde, ist r = 0 zu wählen. Für eine Zuwachsrate, wie sie über die ersten 2 Monate bestand, ist r = 1 und für einen steileren Anstieg ein entsprechend größerer Wert zu wählen (Anzeige der Zuwachsrate in Feld H5, Gesamtzahl von Impfungen in Feld H6).

Impfwirkung ε: Eine 90%-tige Schutzwirkung wird erst mit einer Zweitimpfung erreicht, für AstraZeneca liegt der Wert noch niedriger. Deshalb wird von einer Impfwirkung von z. Zt. maximal ε = 45% pro Einzelimpfung ausgegangen.

Weitere Anzeigen: In Spalte K (fett) werden die berechneten Gesamtinfektionen über ein Jahr angezeigt. Ebenso wird die Zahl von Verstorbenen, die ermittelte Sterberate und die korrigierte Einwohnerzahl für das berechnete Jahr gelistet. In Spalte L werden die entsprechenden Werte nach Ablauf von 2 Jahren angezeigt.

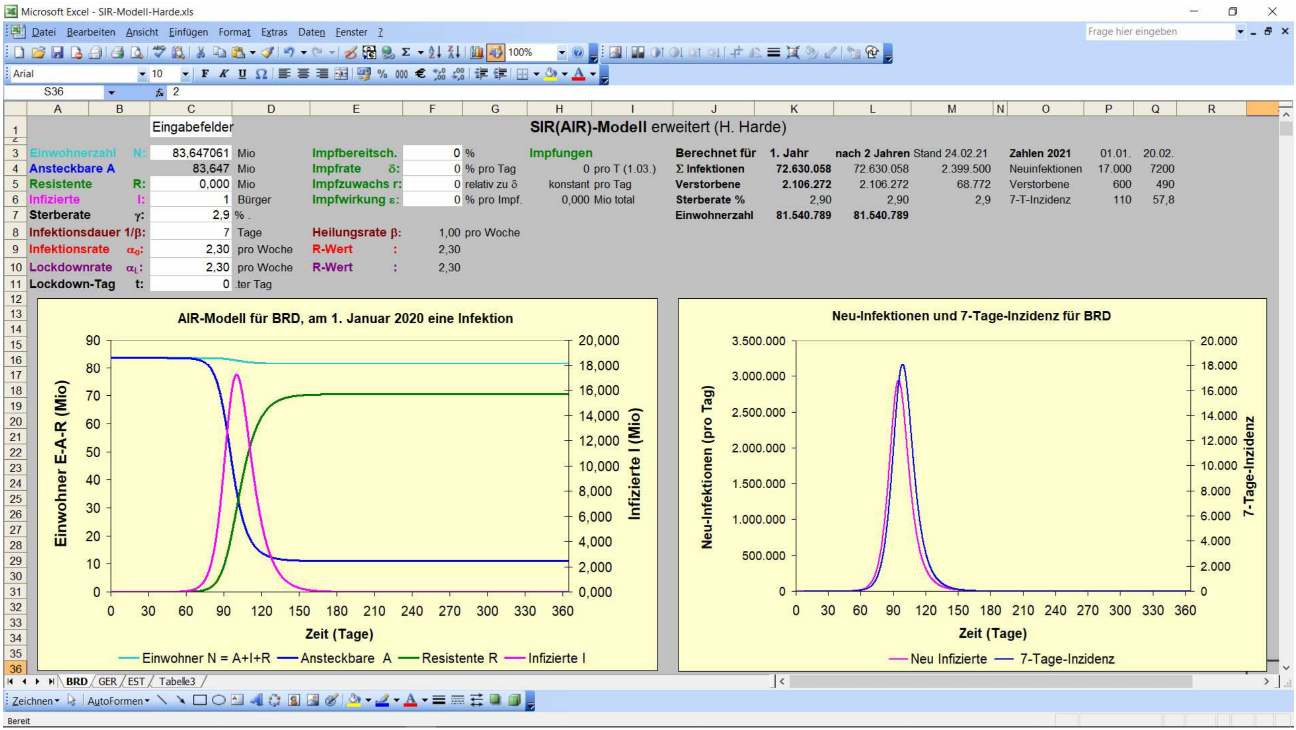
Neuinfektionen: Die aktuelle Zahl von Neuinfektionen pro Tag ist proportional zur modifizierten Infektionsrate $\alpha' = \alpha \cdot A(t)/N(t)$ und proportional zur Anzahl der derzeit Infizierten (siehe Gl.(7) bzw. Gl.(8)). Sie wird im rechten Diagramm als rosa Graph über ein Jahr angezeigt, direkt als Zahl von Personen.

7-Tage-Inzidenz: Dieser Wert wird von vielen Epidemiologen für die Nachverfolgung von Infektionen als besonders geeigneter Parameter angesehen. Unter einem Wert von 50, besser noch unter 35 wird davon ausgegangen, dass Gesundheitsämter einzelne Infektionswege noch nachvollziehen und geeignete Maßnahmen gegen eine ansteigende Verbreitung ergreifen können. Die 7-Tage-Inzidenz ergibt sich aus der Summe von Neuinfektionen der letzten 7 Tage und wird auf eine Einwohnerzahl von 100.000 bezogen. In Estland wird eine 14-Tage-Inzidenz betrachtet.

Beispiele für Simulationen

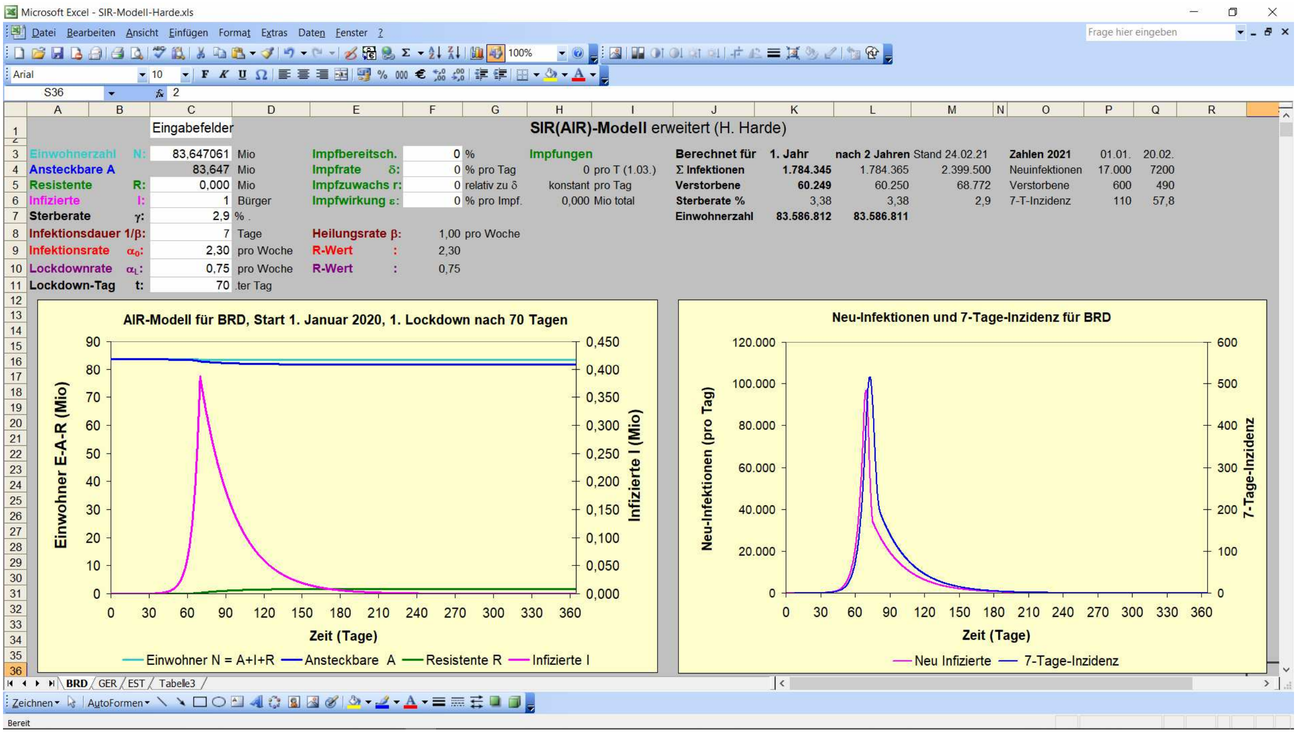
Pandemiebeginn ohne Schutzmaßnahmen

Es wird vorgegeben: Ein Infizierter, Infektionsrate α = 2,3 pro Woche, Reproduktionsfaktor R_0 = 2,3, keine Impfungen. Dies beschreibt die Entwicklung von Anfang 2020. Ungebremster exponentieller Anstieg der Infizierten über die ersten 2 1/2 Monate. Ohne Lockdown und Schutzmaßnahmen wird Herdenimmunität nach 5 Monaten erreicht (horizontaler Verlauf von A(t) = 11 Mio und R(t) = 70,5 Mio). Aber dies führt bei einer Sterberate von γ =2,9% zu 2,1 Mio Toten.
Die maximale Zahl von Neu-Infizierten pro Tag ist 3 Mio. und die maximale 7-Tage-Inzidenz 18.000.



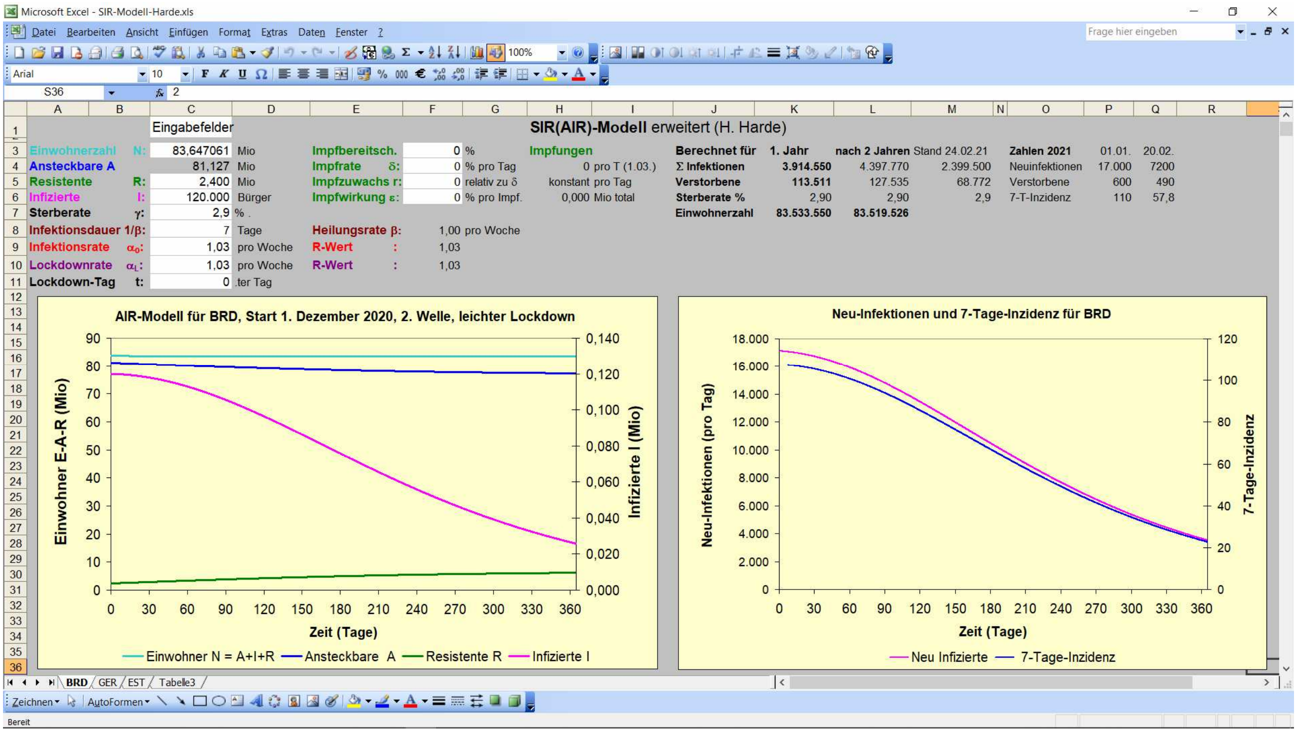
1. Schärferer Lock-Down nach 10 Wochen (Mitte März 2020)

Anfangssituation wie zuvor, nach 10 Wochen verschärfter Lockdown: Die Infektionsrate wird am 70. Tag auf α_L = 0,75 pro Woche gesenkt. Der R-Wert wird R_0 = 0,75. Die 7-Tage-Inzidenz von 50 wird nach 47 Tagen (gut 6 Wochen nach Lockdown) erreicht. Die Zahl von Verstorbenen beträgt 60.250. Nach erneuten Lockerungen steigt die Inzidenz aber wieder an.



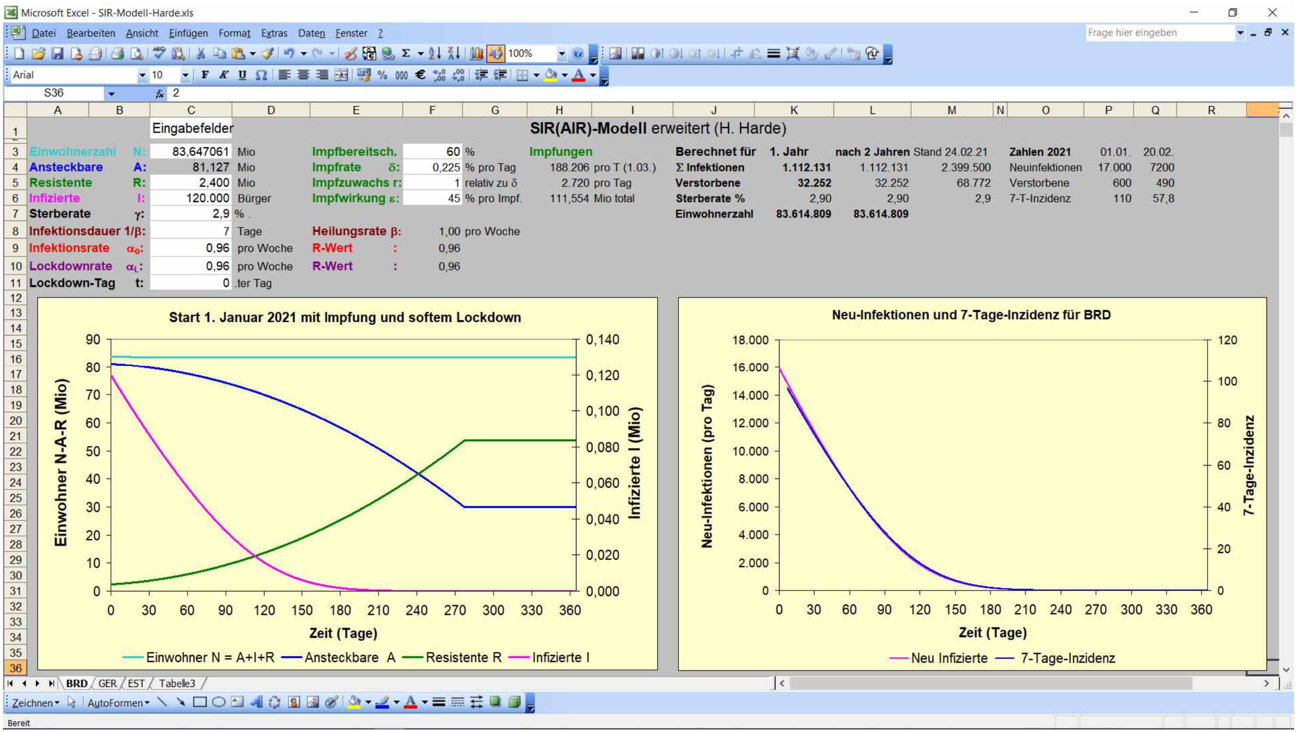
2. Welle und Softer Lockdown seit Dezember 2020

Im Dezember gab es etwa 120.000 Infizierte und täglich gut 17.000 Neu-Infizierte. Durch bereits Geheilte aus früheren Infektionen ist die Zahl von Resistenten mit 2,4 Mio anzusetzen. Durch die eingeschränkten Kontaktmaßnahmen, Schließung von Schulen und Geschäften hat sich der R_0-Wert um 1,03 eingestellt. Die Infizierten-Zahlen blieben über den Dezember fast konstant, und Resistente nahmen nur sehr langsam zu, ebenso Gefährdete nur langsam ab. Unter diesen Bedingungen fällt die 7-Tage-Inzidenz von 107 in 300 Tagen auf 35 ab. Über 2 Jahre ist mit weiteren 127.500 Toten zu rechnen.



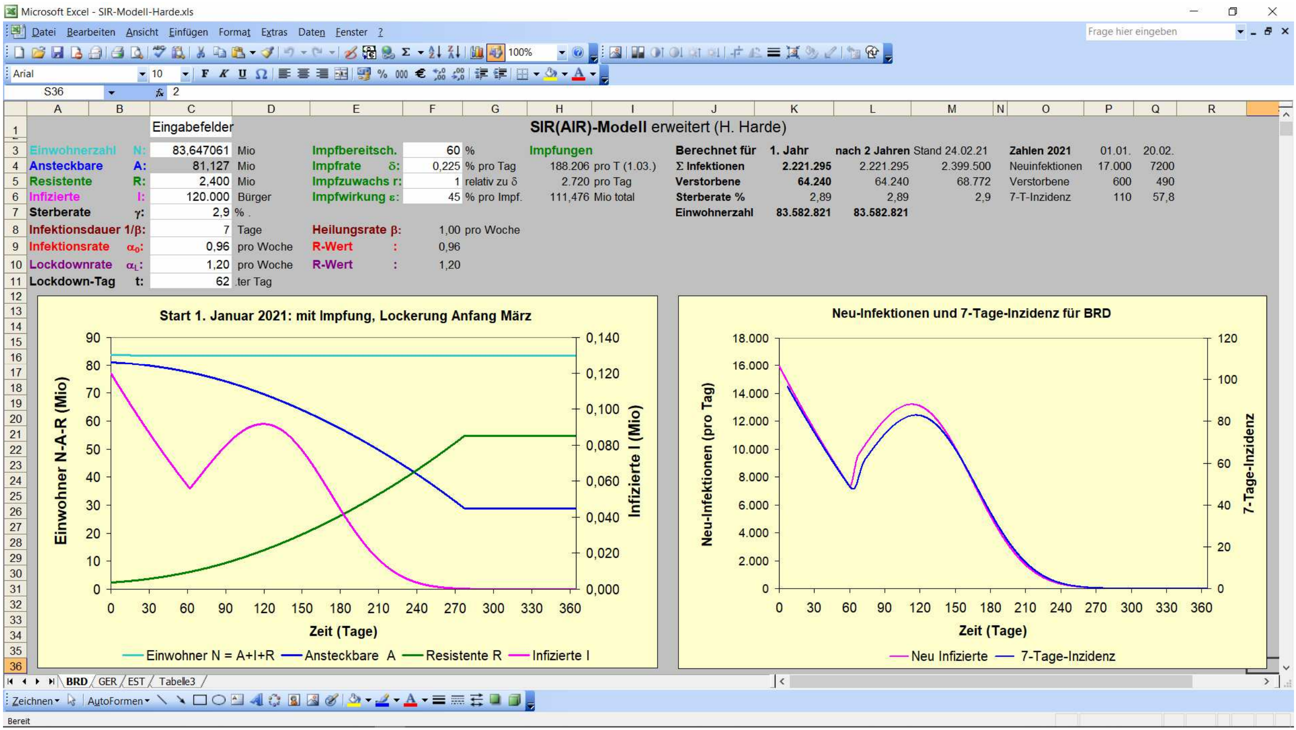
Einfluss von Impfungen ohne Mutante

Seit Jahresbeginn stehen Impfstoffe zur Verfügung. Mit einem soften Lockdown (Reproduktionszahl R_0 = 0,96) und einer Impfrate, die seit Januar linear anstieg und derzeit δ = 0,225% pro Tag der Bevölkerung, also 188.200 Impfungen pro Tag erreicht hat, verändern sich die Zahlen für die drei Gruppen bereits sehr deutlich. Mit diesen Werten wird die Entwicklung gut wiedergegeben. Bei einem weiteren linearen Anstieg der Impfkapazität über den 1. März hinaus mit r = 1 fällt die 7-Tage-Inzidenz nach 2 Monaten unter 50 und beträgt Mitte des Jahres nur noch 1. Unter diesen Bedingungen sind über 1 Jahr weitere 32.300 Tote zu beklagen, ohne Impfung dagegen bis ins 2. Jahr hinein weitere 45.200. Bei einer Impfbereitschaft von 60 % endet die Impfkampagne Ende September. Aufgrund von Zweifachimpfungen und 90%-gem Schutz ist ε = 45%.



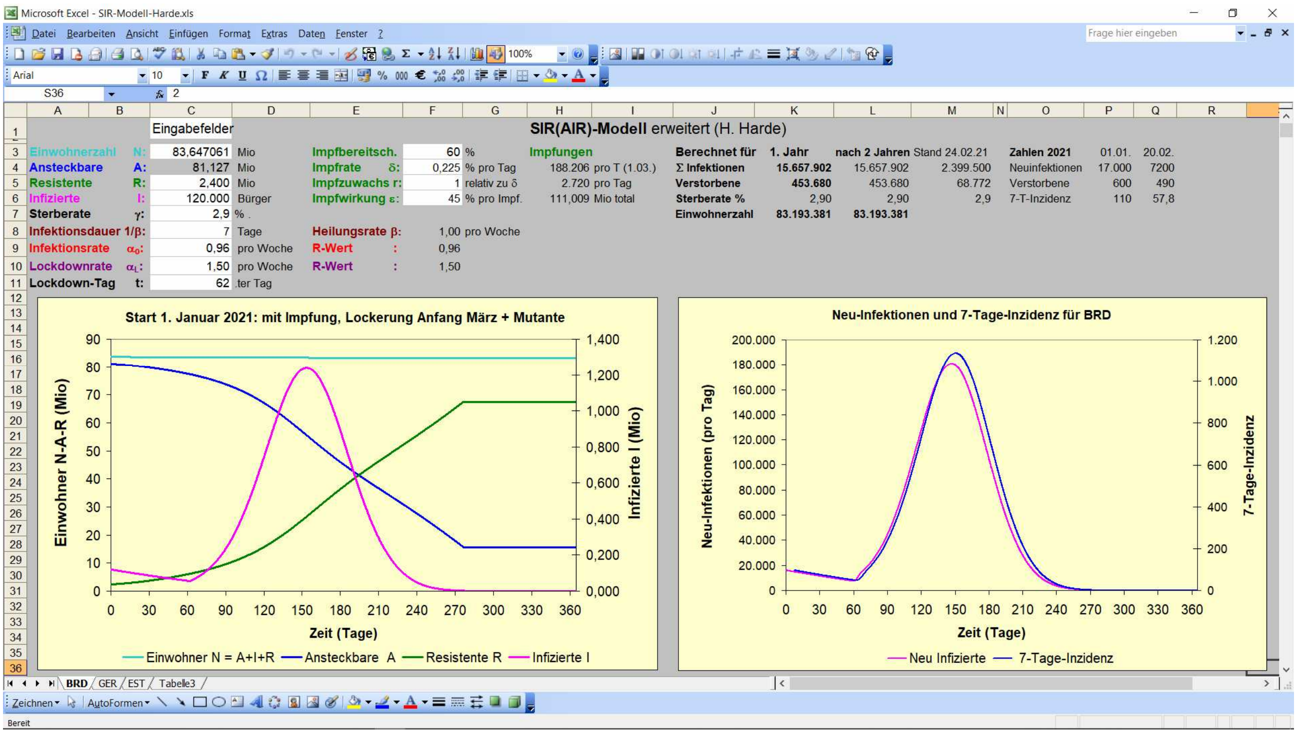
Lockerung der Dezember Einschränkungen ab Anfang März

Wird die gleiche Situation (R_0 =0,96, Impfrate δ = 0,225%/Tag) zugrunde gelegt wie im vorherigen Fall, aber Anfang März (Lockdowntag = 62) eine weitere Lockerung der Einschränkungen vom Dezember berücksichtigt, ist zumindest vorübergehend von einem erneuten Anstieg der Infektionen auszugehen. Die Zeitachse beginnt am 1. Januar 2021.
Mit einer Anti-Lockdownrate α_L = 1,2 pro Woche (R_0 = 1,2) steigt die Inzidenz bis Ende April wieder bis auf 80 an, ehe es zu einem erneuten Abfall kommt. Gleichzeitig fällt die Zahl von Ansteckbaren deutlich, und die Resistenten-Gruppe nimmt zu.



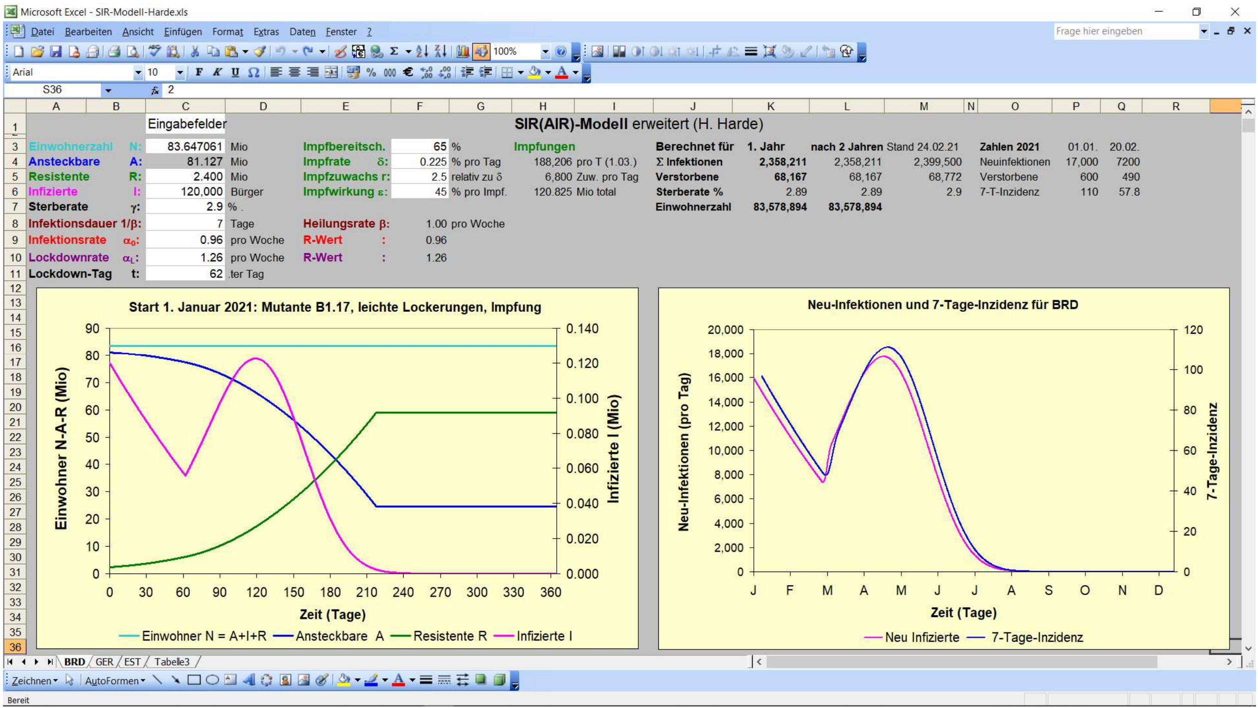
Gleiche Lockerungen aber zusätzlich Virus-Mutante: 3. Welle

Gleiche Verhältnisse wie vorher, aber mit Virus Mutante (B 1.17), die sich in gleicher Weise wie eine Lockerung mit größerer Infektionsrate oder auch erhöhter Infektionsdauer auswirkt. Steigt die Ansteckung nur um 25%, wächst die Infektionsrate von 1,2 auf 1,5 pro Woche, ebenso wird R_0 = 1,5. Ohne weitere Einschränkungen würde die Zahl von Neuinfektionen bis zu 180.00 pro Tag ansteigen, die 7-Tage-Inzidenz erreicht einen Wert von 1100. Die Zahl von Verstorbenen beträgt unter diesen Annahmen am Ende des Jahres 454.000 plus der bisherigen Opfer von etwa 60.000.



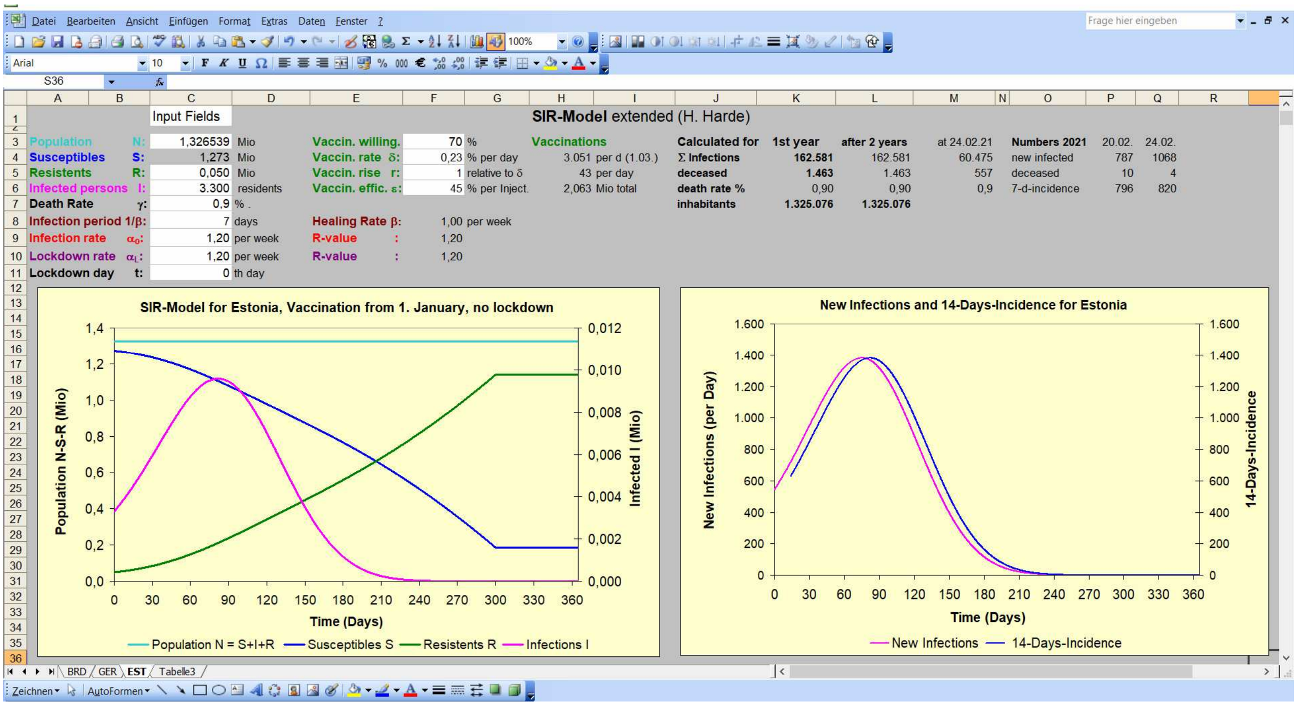
Mit leicht verspätetem Lockdown ab April und erhöhten Impfraten

Mit einer verzögerten Wiederverschärfung der Lockdown-Maßnahmen ab April und einer mittlerweile erhöhten Impfrate, die bis Mitte Juni auf 1 Mio. Impfungen pro Tag ansteigt (Impfzuwachs r = 2,5), ergibt sich mit der Mutante B 1.17 bei einer Infektionsrate von 1,26 pro Woche (entspricht einem früheren R-Wert von R_L = 1,0) zunächst noch ein weiterer Anstieg bis auf 18.000 Neuinfektionen pro Tag und einer Inzidenz von 110, ehe ein beschleunigter Abfall ab Anfang Mai einsetzt und Ende Juni auf eine Inzidenz von etwa 10 abgefallen sein sollte. Die Zahl von Verstorbenen beträgt unter diesen Annahmen über das Jahr 2021 68.200.



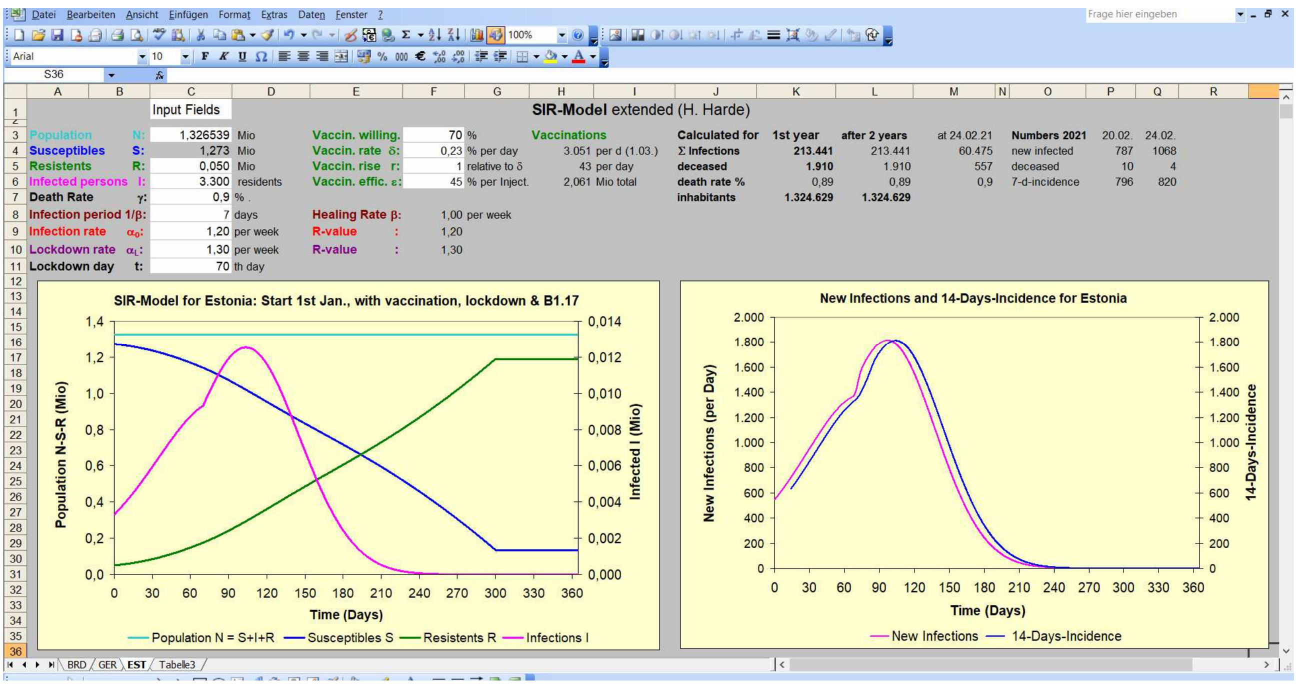
Situation in Estland

Anfang des Jahres gab es ca. 580 Neuinfektionen pro Tag. Mit Stand vom 24. Februar 2021 sind 60.475 Corona-Fälle insgesamt registriert worden mit 557 Todesfällen bei 787 Neuinfektionen. Die Zahl von Genesenen wird mit 47.000 angegeben. Seitdem stieg die Zahl von Neuinfektionen bis zum 8. März auf 1330 an, die 14-Tage-Inzidenz von 796 ebenfalls auf 1334. Diese Entwicklung enthält deutliche Tagesschwankungen, aber kann mit einer Infektionsrate von $\alpha = 1{,}2$ pro Woche relativ gut nachgebildet werden. Ohne weitere Maßnahmen zeigt sich innerhalb einer Woche nur noch ein mäßiger Anstieg in den Neuinfektionen auf 1380 und über die nächsten 2 Wochen in der Inzidenz auf 1370.
Die Sterberate liegt in Estland erfreulicherweise bei nur etwa $\gamma = 0{,}9\%$. Die Impfungen wurden mit linear ansteigender Rate bis 1. März mit $\delta = 0{,}23\%$ pro Tag, bezogen auf die Bevölkerung, angenommen. Die Rechnung startet am 1. Januar 2021. Bei weiterhin steigender Impfrate mit r = 1 und ohne verschärfende Maßnahmen ist mit weiteren 1.460 Toten zu rechnen.



Mit Lockdown ab 11. März aber verstärktem Einfluss von Virenmutation

Mit einem Lockdown ab dem 70-ten Tag, aber unter dem Einfluss der Mutante B 1.17 ist von einer Infektionsrate $\alpha_L = 1{,}3$ pro Woche auszugehen. Die Zahl von Neuinfektionen steigt bis Mitte April auf 1.800 und die 14-Tages-Inzidenz ebenfalls auf 1.800 an. Die Zahl von weiteren Verstorbenen beläuft sich auf 1.910.



Mit Lockdown ab 11. März, verstärktem Einfluss von Virenmutation und erhöhter Impfrate

Mit dem Lockdown ab dem 70-ten Tag und unter dem Einfluss der Mutante B 1.17 ist von einer Infektionsrate α_L zwischen 1,25 und 1,3 pro Woche auszugehen. Nachfolgendes Bild zeigt den Einfluss einer erhöhten Impfrate unter sonst gleichen Lockdown-Bedingungen. Die 14-Tages-Inzidenz steigt noch auf 1.600 an, fällt dann aber ab Mitte April steil ab und erreicht Ende Juni Werte um 50. Die Zahl von weiteren Verstorbenen beläuft sich auf 1.550.